

## 数学系 入学試験問題

### 基礎数学

- ⊗ ① から ④ までの全問を解答せよ.
- ⊗ 解答時間は 2時間 である.
- ⊗ 参考書・ノート類の持ち込みは 禁止 する.

#### [ 注意 ]

1. 指示のあるまで開かぬこと.
2. 解答用紙・計算用紙のすべてに, 受験番号・氏名を記入せよ.
3. 解答は各問ごとに別の解答用紙を用い, 問題番号を各解答用紙の枠内に記入せよ.
4. 1問を2枚以上にわたって解答するときは, つづきのあることを用紙下端に明示して次の用紙に移ること.
5. 提出の際は, 解答用紙を問題番号順に重ね, 計算用紙をその下に揃え, 記入した面を外にして一括して二つ折にして提出すること.
6. この問題用紙は持ち帰ってよい.

#### [ 記号 ]

以下の問題で  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  はそれぞれ, 自然数の全体, 整数の全体, 有理数の全体, 実数の全体, 複素数の全体を表す.

**1** 3 次の複素正方行列

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

は相似か。ただし, 2 つの 3 次複素正方行列  $A, B$  が相似とは,  $A = PBP^{-1}$  となる 3 次の複素正則行列  $P$  が存在することである。

**2** 2 次の複素正方行列全体のなす  $\mathbb{C}$  上のベクトル空間  $V$  から  $V$  への写像  $f$  を

$$f(X) = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad X \in V$$

により定める。このとき, 次の問に答えよ。

- (1)  $f$  が線型写像であることを示せ。
- (2)  $V$  の基底  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  に関する  $f$  の行列表示  $A$  を求めよ。
- (3)  $A$  の行列式  $\det A$  を求めよ。

**3**  $\mathbb{R}^2$  上の関数  $f(x, y)$  と集合  $A$  を次のように定める。

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xy \cos(y^2/x), & x \neq 0, y \in \mathbb{R}, \\ 0, & x = 0, y \in \mathbb{R}, \end{cases}$$
$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq y \leq \pi, y \leq x \leq \pi\}.$$

このとき, 次の積分を求めよ。

$$\iint_A f(x, y) dx dy.$$

**4** 閉区間  $[0, 1]$  上で定義された次の 2 つの連続関数列を考える。

$$(a) \left\{ \frac{x}{1+nx} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \quad (b) \left\{ \frac{nx}{1+n^2x^2} \right\}_{n \in \mathbb{N}}$$

次の問に答えよ。

- (1)  $n \rightarrow \infty$  のとき, (a) の関数列が  $[0, 1]$  上 0 に一様収束することを示せ。
- (2)  $n \rightarrow \infty$  のとき, (b) の関数列が  $[0, 1]$  上 0 に一様収束しないことを示せ。