私の教科書の用語について

代数の教科書を書いたとき，用語については大変迷った．自分なりの結論をここで書いておく．

1. 「単元群」か「単数群」か「乗法群」か

A が環のとき，乗法に関して逆元をもつ元の集合を $A^\times$ と書くが，これを何と呼ぼう？ 論理的な結論はもちろん「単元群」である．しかしこれは都合が悪いことがある．それは整数論でいずれ「ディリクレの単数定理」が出てくるから．これを「ディリクレの単元定理」と呼ぶ選択肢はない．これがあるので，A が代数体の整数環のときには $A^\times$ のことを「単数群」と呼びたくなる．ではなぜ「単数群」で統一しないのか？ それは A が多項式環のとき $A^\times$ の元を「単数」と呼ぶのに抵抗があるからである．森田の代数概論では「単数群」で統一しているが，やはり多項式のことを考えると「単数群」と呼ぶ気にはなれなかった．そこで「乗法群」とした．「たんげんぐん」と声に出して言いにくいというのも「単元群」を使いたくなかった理由である．授業をするという立場からすると，そういうことも関係する．元は「単元」なので，こちらも整数論的な状況では「単数」と切り替えることになるが「たんげん」は言いにくくない．整数論的な状況では「一般的には乗法群というが代数体の整数環では単数群と呼ぶことにする.」ということになる．宮西「代数学」では「乗法群」を使っている．英語では「group of units」,「Dirichlet's unit theorem」なので，こういった問題がない．日本では「Dirichlet's unit theorem」が「ディリクレの単数定理」で完全に定着してしまったので，この用語で迷うことになるのである．最初にこれを「ディリクレの単元定理」と訳してくれればよかったのに．

2. 「可除環」か「斜体」か

最初に代数の教科書を書いたとき，3 巻全部書いて出版社に送ったのだが，最初の 2 巻が出た後，3 巻目を出すときになって，これだけの量を書いて「ヴェーダーバーンの定理」について書いてないのはおかしいと思って書き足した．それまでは可換体しか扱うつもりがなかったので,「体」,「可換体」で, しかし可換体のことを「体」と呼ぶことにしたが，3 巻で「必ずしも可換でない体」の呼び方が必要になったので，1, 2 巻を増刷したときにここで用語を変えなかったらもう変えられないと思って初版第 1 刷を買われた方には申し訳ないと思ったが用語を変えることにした．さて「必ずしも可換でない体」のことを何と呼ぼう？ 桂では「斜体」と呼んでいるが，この用語を使う気にはなれなかった．それは英語にしたとき,「ヴェーダーバーンの定理」の状況では division ring, division algebra が完全に定着しているから．「斜体」を英語にしたら「skew field」だろうが，ヴェーダーバーンの定理とかブラウアー群などについて語るとき skew field という用語を使うことはないだろう．これが英語で division ring なら「可除環」がよいだろうと思った．永田の可換体論では体，可換体という用語だが，今となっては「体」とは日本語ではほとんどの場合可換体を意味するようになっていると思うので，可換な体を最初から体と呼び，必ずしも可換でない体を可除環と呼ぶことにした．いずれにせよ，1,2 巻ではほとんど「体」しか出てこないので，問

題になるのは 3 巻の補足に入ってから．そのときは「可除環」とした理由がわかってもらえるのではないだろうか．

3. 「商体」か「分数体」か?

$\mathbb{Q}$ は $\mathbb{Z}$ の「商体」だろうか「分数体」だろうか? 論理的には「分数体」にすべきということは理解できる．しかし現時点では日本では「商体」と呼ぶ人が圧倒的に多いのではないだろうか? さて，なぜ「分数体」と呼ぶのが論理的なのか? それはこれを商体といったら A/I (I はイデアル) は剰余環と呼ぶことになる．それなら G/N (N は正規部分群) は剰余群ということになる．それでは集合 X を同値関係で割った $X/\sim$ は? これは「商空間」．だから「剰余群，剰余環，商体」とすると，本当はここで破綻する．だから論理的には「商空間，商群，商環，分数体」と呼ぶのが正解で「松阪代数系入門」でもそう呼んでいる．でもあえて「商体」を使うことにした．それは逆写像と逆像におなじ f^{-1} という記号を使って論理的にはおかしいけれど習慣となってしまってどうしようもないというように，論理的に正しくなくてもそれが定着しているならそれにしたがったほうがよいと判断したから．

用語は難しい．きっとすべての人を満足させることはできないだろう．