

極小力学系をヒルベルト立方体に埋め込む

塚本真輝（京大）

アブストラクト： この講演の目的は、位相力学系と古典解析（フーリエ解析，複素関数論）との予想外の新しいつながりを説明することである．単位区間 $[0, 1]$ の無限直積 $[0, 1]^{\mathbb{Z}}$ をヒルベルト立方体と呼ぶ．この上のシフト作用に，任意に与えられた力学系が埋め込めるかどうかを問う．この問題は40年以上前から研究されているが，この講演では特に，与えられた力学系が極小の場合に決定的な結果を話す．

1999年の論文で Elon Lindenstrauss は，極小な力学系の平均次元が $1/36$ 未満なら，ヒルベルト立方体上のシフトに埋め込めることを証明した．ここに出てきた $1/36$ という数はいかにも人工的であり，Lindenstrauss は同じ論文で，埋め込みが存在するための最良の値を問題とした．

今回，Yonatan Gutman 氏との共同研究で，この問題を次の形で解決した：「極小力学系の平均次元が $1/2$ 未満なら，ヒルベルト立方体上のシフトに埋め込める．」ここで， $1/2$ という値はこれ以上改良できないことがわかっている．

上記の問題自体は極めて抽象的な位相力学系であるが，証明にはフーリエ解析と複素関数論を本質的に用いる．