

微分積分学 A (1S2, 1S6) 期末試験 (上田) 2016 年 7 月 25 日

- [1] (1) 开区間  $I \subset \mathbb{R}$  で定義された関数  $f(x)$  が点  $a \in I$  において連続であるということの定義を述べよ. (記号  $\forall, \exists$  を用いずできるだけ自然な日本語で表現すること.)

(2) 上の定義に基いて, 次の命題を証明せよ.

「関数  $f(x)$  が  $a$  で連続で  $f(a) < 0$  ならば,  $a$  を含む开区間  $J \subset I$  を,  $J$  上ではつねに  $f(x) < 0$  が成り立つようにとることができる.」

- [2] 関数  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  の, 点  $x = 3$  の周りの  $n$  次テイラー近似式を求めよ.

- [3] 次の極限値を求めよ:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x^2)}{\sqrt{1+x^3}-1}.$

- [4] 次の定積分の値を求めよ:  $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3-2\cos x}$

- [5] 次の広義積分が収束するか発散するか調べよ. また収束するならばその値を求めよ:

$$(1) \int_1^\infty \frac{\tan^{-1} x}{x} dx \quad (2) \int_1^\infty \frac{\tan^{-1} x}{x^2} dx$$