準正則 Dirichlet 空間で，準至る所ベクトル束を作り，特別標準過程に沿って準至る所ベクトルを平行移動する

三角 健太
東京大学数理科学研究科

本講演では，滑らかさ（多様体構造）を一切仮定せず，ジャンプを許すマルコフ過程に沿ってベクトルを平行移動する方法を述べる．本理論の舞台は，準正則 Dirichlet 空間とそれに対応する特別標準過程である．まず，この空間上で，容量零の集合を無視したベクトル束である「準ベクトル束」の概念を定式化する．滑らかな実ベクトル束に対しては，この枠組みにおける分類量が第一 Stiefel-Whitney 類と一致することを示す．

次に，準正則 Dirichlet 空間上の接続の理論を公理化する．この公理系から，対応する準ベクトル束が同型を除いて一意に定まり，さらに，その接続に対応する平行移動が，特別標準過程に沿って一意に存在することを示す．

本理論は，境界をもつ場合も含め，Riemann 多様体や sub-Riemann 多様体上のブラウン運動に沿う従来の平行移動を包含するとともに，Lévy 過程に沿った平行移動も扱う．さらに，RCD 空間のような特異空間上のブラウン運動に沿った平行移動の構成も与える．

時間が許せば，本理論から導かれる RCD 空間上の Malliavin 解析，経路空間上のポアンカレ不等式や対数ソボレフ不等式，および Malliavin 解析を用いた特異空間上の Ricci 曲率の両側評価の特徴づけについても述べる．