

2016年度 解析 I 再試験

- 注意：計算過程も記述せよ。途中の計算が著しく省かれている場合減点の対象になることがあるので注意すること。

1] 以下の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cosh 3x - 1}{\log(1 + 3x) - 3x}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(\log(5x) + 3)}{\log(5 \exp x + 3)}.$$

2] 次の整級数の収束半径を求めよ。

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n-2}{2n-1} x^n, \text{ ただし, } \binom{\alpha}{n} \text{ } (\alpha \text{ は実数, } n \text{ は非負整数}) \text{ は 2 項係数とする.}$$

$$\binom{\alpha}{n} = \begin{cases} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!} & (n \geq 1), \\ 1 & (n = 0). \end{cases}$$

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tan^{-1} \frac{7^{2n}}{3^{4n}} \right) x^n.$$

3] 次の積分を計算せよ。

$$(1) \int_0^{+\infty} \frac{1}{2 \cosh x - \sinh x} dx.$$

$$(2) \int_2^{+\infty} \frac{7x-3}{x^3+x^2+4x+4} dx.$$

4] x_1, x_2, x_3 を $0 < x_1 < x_2 < x_3$ が成り立つ正実数とする。

$$(1) \sinh \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right) < \frac{1}{3} (\sinh x_1 + \sinh x_2 + \sinh x_3) \text{ が成り立つことを示せ.}$$

$$(2) ((\sinh x_1)(\sinh x_2)(\sinh x_3))^{\frac{1}{3}} < \sinh \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \right) \text{ が成り立つことを示せ.}$$