滋賀医科大学医学科第 1 学年

2015 年度 解析 I
再試験

○ 注意: 計算過程も記述せよ. 途中の計算が著しく省かれている場合減点の対象になることがあるので注意すること.

$\boxed{1}$ 以下の極限を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\cosh x-1}{\log(1-x^2)}$.

(2) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\frac{\exp((\log 2x)+5)}{\log(2(\exp x)+5)}$.

$\boxed{2}$ 次の整級数の収束半径を求めよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\binom{-n-2}{n+1}x^n$, ただし, $\displaystyle\binom{\alpha}{n}$ (α は実数, n は非負整数) は 2 項係数とする.

$$\binom{\alpha}{n}=\begin{cases}\dfrac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}, & n\geq 1,\\ 1, & n=0.\end{cases}$$

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{3^{3n}\pi}{7^{2n}}\right)x^n$.

$\boxed{3}$ 次の積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{4}{4e^x-e^{-x}}\,dx$.

(2) $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{5x-4}{x^3-2x^2+2x}dx$.

$\boxed{4}$ $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ を正実数列で, 正項級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}na_n$ が収束するとする.

(1) 正項級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ も収束することを示せ.

(2) 小問 (1) の性質に加えて, $|x|\leq 1$ なる実数に対して, 整級数 $f(x)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_nx^n$ は収束し, 関数 f は閉区間 $[-1,1]$ で連続である (これらの部分は証明しなくてもよい). このとき, f は $x=1$ で左微分可能であり, $f'(1)$ でその左微分係数を表すとすると, $f'(1)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}na_n$ であることを示せ. なお, 証明の際に $\varepsilon-\delta$ 論法は用いなくてよい.