

# 2013年度 解析 I 再試験

- 注意：計算過程も記述せよ。途中の計算が著しく省かれている場合減点の対象になることがあるので注意すること。

1 以下の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cosh x}{x - \log(1+x)}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(5 \sinh x)}{\sinh(\log 5x)}.$$

2 次の整級数の収束半径を求めよ。

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \binom{3n+2}{2n+3} x^n, \text{ ただし, } \binom{\alpha}{n} \text{ (}\alpha \text{ は実数, } n \text{ は非負整数) は 2 項係数とする.}$$

$$\binom{\alpha}{n} = \begin{cases} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}, & n \geq 1, \\ 1, & n = 0. \end{cases}$$

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \tan^{-1} \frac{5^n}{7^n} \right) x^n.$$

3 次の積分を計算せよ。

$$(1) \int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx.$$

$$(2) \int_0^{+\infty} \frac{5x-5}{x^3+3x^2+x+3} dx.$$

4  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$  を正実数列とする。いま、整級数  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  が  $|x| < 1$  なる任意の実数

$x$  について収束すると仮定する。このとき、 $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n$  が成り立つことを示せ。なお、証明の際に  $\varepsilon - \delta$  論法を用いなくてもよい。