

2012年度 解析 I
定期試験

- 注意：計算過程も記述せよ。途中の計算が著しく省かれている場合減点の対象になることがあるので注意すること。

1 以下の極限を求めよ。

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - \cosh x}{\log(1+2x) - \tan^{-1} 2x}.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sinh(\log(2x^2+1))}{\log(\sinh(2x^2+1))}.$$

2 次の整級数の収束半径を求めよ。

$$(1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{2n}}{(2n)!} x^n.$$

$$(2) \sum_{n=0}^{\infty} \left(\sin^{-1} \frac{4^{3n}}{3^{4n}} \right) x^n.$$

3 次の積分を計算せよ。

$$(1) \int_0^{+\infty} \frac{1}{\cosh x} dx.$$

$$(2) \int_1^{+\infty} \frac{3x-5}{x^3+x^2+3x+3} dx.$$

4 数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ を次で与える。

$$a_n = \begin{cases} 1, & n=1, \\ (-1)^m \frac{1}{n}, & 2^{m-1}+1 \leq n \leq 2^m, \ m \geq 1. \end{cases}$$

このとき、級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \cdots$ は発散することを証明せよ。なお、証明の際に $\varepsilon - \delta$ 論法を用いなくてもよい。