滋賀医科大学医学科第 1 学年

2011 年度 解析 I
定期試験

◯ 注意: 計算過程も記述せよ. 途中の計算が著しく省かれている場合減点の対象になることがあるので注意すること.

$\boxed{1}$ 以下の極限を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+3x}-e^x}{\mathrm{Tan}^{-1}2x-\log(1+2x)}$.

(2) $\displaystyle\lim_{x\to +\infty}\frac{\log(\cosh(x^2+2))}{\cosh(\log(x^2+2))}$.

$\boxed{2}$ 次の整級数の収束半径を求めよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{((3n)!)^2}{((2n)!)^3}x^n$.

(2) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\mathrm{Sin}^{-1}\frac{1}{3^n}\right)x^n$.

$\boxed{3}$ 次の積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sinh^2 x}dx$.

(2) $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{1}{(1+x^2)^3}dx$.

$\boxed{4}$ m を正整数, a, b を $a<b$ なる実数とし, $f;[a,b]\longrightarrow\mathbb{R}$ を C^m 級関数とする. このとき, $1\le k\le m$ なる任意の整数 k に対して, $0<\theta_k<1$ なる実数 θ_k が存在して, 次が成り立つことを示せ. ここで, $0\le j\le m$ なる整数 j および $c\in[a,b]$ なる実数 c について, $f^{(j)}(c)$ は $x=c$ における f の j 次の微分係数を表す. なお, この問題において, ロルの定理は証明なしで用いてよい.

$$f(b)=\sum_{j=0}^{m-1}\frac{f^{(j)}(a)}{j!}(b-a)^j+\frac{f^{(m)}(a+\theta_k(b-a))}{(m-1)!k}(1-\theta_k)^{m-k}(b-a)^m.$$