滋賀医科大学医学科第 1 学年

2010 年度 解析 I
定期試験

◯ 注意: 計算過程も記述せよ. 途中の計算が著しく省かれている場合減点の対象になることがあるので注意すること.

$\boxed{1}$ 以下の極限を求めよ.

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{\frac{1}{2}}-e^{\frac{1}{2}x}}{(1+x)^{\frac{2}{3}}-e^{\frac{2}{3}x}}$.

(2) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{\log(e^{7x}+x^5)}{\log(e^{5x}+x^7)}$.

$\boxed{2}$ 次の整級数の収束半径を求めよ.

(1) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(2n)!(2n+3)!}{n!(3n+3)!}x^n$.

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(\sinh 3n)x^n$.

$\boxed{3}$ 次の積分を計算せよ.

(1) $\displaystyle\int_0^1 x\mathrm{Tan}^{-1}x\,dx$.

(2) $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{x-1}{x^4+x^3+x^2+x}dx$.

$\boxed{4}$ $I\subset\mathbb{R}$ を 0 を元としてもつ開区間, n を正整数とし, $f:I\longrightarrow\mathbb{R}$ を $n-1$ 回微分可能な関数で, f の $n-1$ 次の導関数 $f^{(n-1)}$ が $x=0$ で微分可能であるものとする. (特に, $n=1$ のときは単に f が $x=0$ で微分可能であるということである.) このとき, 以下のことが成り立つことを示せ.

$$f(x)=\sum_{j=0}^{n}\frac{f^{(j)}(0)}{j!}x^j+o(x^n)\quad(x\to 0).$$