

2011年度

\* ○ \* ○ \* ○ \*    **数学基礎演習 II**    \* ○ \* ○ \* ○ \*

**復習テスト No. 2**

2011年12月22日実施

- 1 (1)  $\mathbb{Z}/75\mathbb{Z}$  と  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/25\mathbb{Z}$  が環として同型であることを, 同型写像を作ることに  
より示せ.  
(2)  $\mathbb{Z}/75\mathbb{Z}$  の乗法に関する可逆元のなす群  $(\mathbb{Z}/75\mathbb{Z})^\times$  の位数を求めよ.

- 2  $S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$  上のベクトル場で, 自明でないもの, 即ち, 少なくとも1点  $p \in S^2$  で零ベクトルでないベクトルをとるベクトル場と, その積分曲線  
で定値写像でないものの例を与えよ.

- 3  $D = \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $f : D \rightarrow \mathbb{C}$  を正則函数とし,  $g : D \rightarrow \mathbb{C}$  を以下で定義する.

$$g(x + iy) = \overline{f(-x + iy)}, \quad x, y \in \mathbb{R}, x + iy \in D.$$

- (1)  $g$  は  $D$  上の正則函数であることを示せ.  
(2)  $S = \left\{ \frac{i}{n} \in \mathbb{C}; n \text{ は正整数} \right\}$  とする. このとき,  $f$  が  $S$  上で実数値をとり, (必然的に  $S$  上で  $f$  と  $g$  は一致するが)  $D$  上では  $f$  と  $g$  が一致しない  $f$  の例を1つ与えよ.

- 4 次の微分方程式の (実数値函数としての) 一般解を求めよ.

$$x'' + 4x' + 4x = te^{-t}.$$