

2010年度

* ○ * ○ * ○ * **数学基礎演習 I** * ○ * ○ * ○ *

復習テスト No. 1

2010年5月13日実施

1 写像 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(x) = x^2 - 2x$ ($x \in \mathbb{R}$) とする.

(1) $A = [-3, 0]$ とするとき, $f^{-1}(f(A))$ を求めよ.

(2) $B = [-2, 3]$ とするとき, $f(f^{-1}(B))$ を求めよ.

2 $f_1, \dots, f_m \in \mathbb{C}[X]$, 即ち f_1, \dots, f_m は一変数多項式とし, d を f_1, \dots, f_m の最大公約式とする. このとき, $a_1, \dots, a_m \in \mathbb{C}[X]$ が存在して $a_1 f_1 + \dots + a_m f_m = d$ となることを示せ. (ただし, 多項式環 $\mathbb{C}[X]$ が単項イデアル整域であることを証明なしで用いてはならない.)

3 以下の (A)(B) のうち 一方のみ 解答せよ.

(A) $\text{grad} f = \begin{pmatrix} 2x + y + z \\ x + 2z \\ x + 2y \end{pmatrix}$ をみたす \mathbb{R}^3 上の C^1 級函数 f をすべて求めよ.

(B) a, b を $a < b$ なる実数とし, $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ を f 上微分可能な函数とする. このとき, f の導函数 f' が $[a, b]$ 上 (連続とは限らないが) Riemann 積分可能ならば,

$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$ が成り立つことを示せ.