

2010 年度

* ○ * ○ * ○ * 数学基礎演習 I * ○ * ○ * ○ *

No. 11

2010 年 7 月 8 日実施

1 行列 $\begin{pmatrix} 5 & -4 & 12 \\ 1 & 0 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ の Jordan 標準形を求めよ.

2 以下の (A)(B) のうち 一方のみ 解答せよ.

(A) ベクトル場 $\mathbf{F} = (z - y)\mathbf{i} + (x - z)\mathbf{j} + (y - x)\mathbf{k}$ および向き付けられた曲面 $S : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, \mathbf{n} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ について面積分 $\int_S (\text{rot } \mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ.

(B) 2 次元で, 次のベクトル場 $\mathbf{F}$ の発散を求めよ.

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ y \\ \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{pmatrix}.$$

また, 原点を中心とする半径 r の円周を正の向きに一周する路を C とするとき, 積分 $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} ds$ を計算せよ. 但し, $\mathbf{n}$ は C の外向きの法線ベクトル, ds は C 上の線分要素とする.