

2010 年度

* ○ * ○ * ○ * 数学基礎演習 I * ○ * ○ * ○ *

No. 9

2010 年 6 月 24 日実施

- [1] X を距離空間, d をその距離とする. $Y \subset X$ のとき, d の $Y \times Y$ への制限 d' は Y の距離になる (このことは証明しなくてもよい). もし, d が完備で Y が X の閉部分集合ならば, d' も完備であることを示せ.

- [2] $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ の Jordan 標準形を求めよ. ここで, a, b は任意の複素数とする.

- [3] 以下の (A)(B) のうち 一方のみ 解答せよ.

(A) 向き付けられた曲面 S およびベクトル場 F を以下で与える.

$$S : x + y + z = a, \quad x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, \quad (a \text{ は正定数}),$$

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}),$$

$$\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y^2\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}.$$

この向き付けられた曲面 S およびベクトル場 F に対し, 面積分 $\int_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$ を求めよ.

(B) 2 次元で, 次のベクトル場はスカラーポテンシャルをもつか. もつ場合, そのスカラーポテンシャルを求めよ.

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ 2xy \end{pmatrix}.$$