

2010 年度

* ○ * ○ * ○ * 数学基礎演習 I * ○ * ○ * ○ *

No. 7

2010 年 6 月 3 日実施

- [1] X を d を距離にもつ距離空間とする. $F \subset X$ を空でない閉部分集合, $a \notin F$ とするとき, $\inf\{d(a, x) \mid x \in F\} > 0$ を示せ. また, F が閉集合でないときはどうか述べよ.

- [2] $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \end{pmatrix}$ とし, $i \neq j$ なる i, j に対して $v_{ij} = \det \begin{pmatrix} a_i & a_j \\ b_i & b_j \end{pmatrix}$ とおく. このとき, $v_{12}v_{34} - v_{13}v_{24} + v_{14}v_{23}$ を計算せよ.

- [3] 以下の (A)(B) のうち 一方のみ 解答せよ.

(A) 時刻 t に依存する次のベクトル場 $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ を考える.

$$\mathbf{E} = (\sin x \sin ct)\mathbf{j}, \quad \mathbf{H} = (\cos x \cos ct)\mathbf{k}.$$

ここで, c は正定数. このとき, $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ は次の 4 つの式を満たすことを示せ.

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}.$$

(B) 次の 3 次元の変換の Jacobi 行列式 (Jacobian determinant) を計算せよ.

$$\begin{cases} x &= s + t + u, \\ y &= st + tu + us, \\ z &= stu. \end{cases}$$