

2010 年度

* ○ * ○ * ○ * 数学基礎演習 I * ○ * ○ * ○ *

No. 6

2010 年 5 月 27 日実施

- [1] 3 次実正方行列全体の集合を 9 次 Euclid 空間 $\mathbb{R}^9$ とみなす. このとき, 3 次実直交行列全体のなす部分集合 $O(3)$ は $\mathbb{R}^9$ の有界閉集合であることを示せ.

- [2] $\alpha \in \mathbb{C}$ とする. $\mathbb{C}$ は $\mathbb{R}$ 上の線型空間であるが, $\mathbb{C}$ における α 倍写像 $\mathbb{C} \ni x + yi \mapsto \alpha(x + yi) \in \mathbb{C}$ を $\mathbb{R}$ 線型写像と考える. この $\mathbb{R}$ 線型写像の固有多項式を求めよ.

- [3] 以下の (A)(B) のうち 一方のみ 解答せよ.

(A) 閉曲線 C_1, C_2 を以下のものとする.

$$C_1 : x^2 + 2y^2 = a^2, \quad C_2 : x^2 + y^2 = 1.$$

このとき, 閉曲線 C_1, C_2 について, 次の線積分をそれぞれ求めよ. ただし, 曲線の向きは反時計回りで, a は正定数とする.

$$\int_{C_i} \frac{-ydx + xdy}{x^2 + 2y^2}.$$

(B) $\mathbb{R}^n$ の開集合で定義された連続関数 f に対し, その開集合内の区間塊 (または, より一般に Jordan 可測集合) I での積分によって, 加法的集合関数 Φ を定義する:

$$\Phi(I) = \int_I f(x)dx.$$

このとき, Φ は (強い意味で) 密度微分可能であり, その密度は f , つまり $D\Phi = f$ であることを示せ.