

2010年度

* ○ * ○ * ○ * 数学基礎演習 I * ○ * ○ * ○ *

No. 2

2010年4月15日実施

1 $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ を $f(x) = x^2, g(x) = x^3 (x \in \mathbb{R})$ で定義する. このとき, f, g がそれぞれについて, 全射になるか, また, 単射になるか答えよ. \mathbb{R} を \mathbb{C} に置き換えたときはどうか.

2 以下の行列の行列式を求めよ.

$$\begin{pmatrix} x & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & a_n \\ -1 & x & 0 & & & \vdots & a_{n-1} \\ 0 & -1 & x & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & -1 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & x & 0 & a_3 \\ \vdots & & & \ddots & -1 & x & a_2 \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & -1 & x + a_1 \end{pmatrix}.$$

3 以下の (A)(B) のうち 一方のみ 解答せよ.

(A) 座標空間内の点 $O(0, 0, 0), A(1, 2, 3), B(3, 1, 2), C(2, 3, 1)$ について,

(1) 外積 $\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$ を求めよ.

(2) $\triangle OAB$ の面積を求めよ.

(3) 四面体 $OABC$ の体積を求めよ.

(B) 2つの正整数 $2 \leq p < q$ をとり, $[0, 1]$ 上の函数 f を以下のように定める: $x \in [0, 1]$ を p 進法で書き表し, それを q 進法で読んで決まる実数を $f(x)$ とする. (p 進法で有限小数となる x については, 2通りの表示があるので, どちらか一方に決めておく. どちらに決めたとしても, f が単調増加で有界な函数であるから Riemann 積分可能

である. なお, $f(0) = 0$ とする.) このとき, 積分 $\int_0^1 f(x) dx$ を求めよ.