

2010 年度

* ○ * ○ * ○ * 数学基礎演習 I * ○ * ○ * ○ *

No. 1

2010 年 4 月 8 日実施

- 1 V を $\mathbb{C}$ 上のベクトル空間とし, $f : V \rightarrow V$ を線型写像とする. 相異なる複素数 λ, μ と正の整数 n, m に対して

$$V^n(\lambda) := \{v \in V \mid (f - \lambda \cdot \text{id}_V)^n(v) = 0\},$$
$$V^m(\mu) := \{v \in V \mid (f - \mu \cdot \text{id}_V)^m(v) = 0\}$$

とおく. $V^n(\lambda), V^m(\mu)$ は V の部分ベクトル空間となることを示し, $V^n(\lambda) \cap V^m(\mu) = \{0\}$ となることを示せ.

- 2 楕円 $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x^2 + 4xy + 3y^2 = 7\}$ 上において, 函数 $f(x, y) = 2x^2 - y^2$ の最大値と最小値を求めよ. ここで, C が楕円であること, 特に有界閉集合であることは証明せずに用いてよい.