

## 深海を潜る

藤原 耕二

### 1. 子供のころ

小学校の1、2年の担任は藤田洋子先生という若い先生で、感じのいい人だった。先生は授業の途中に少し進んだ質問をすることがあり、あるとき教室で「1から10まで足すと、いくつでしょう？」と皆にたずねた。10個の数字を暗算で足すのは大変だと思いながら私は心の中で足し始めたが、すぐに一人の女の子が手を上げて、「55です！」と答えた。その計算の早さに私は驚いたが、先生は「どうやって計算したの？」と聞き、彼女が「知っていました」と答えると、先生は「他にやり方はないかな？」と続けてたずねた。

しばらくして、1と9、2と8、3と7、4と6をペアにして10を四つ作り、残りの5と10を合わせれば55になることに気がついた。10になるペアを作ることに気がついたときの驚きと喜びを、今でもなんとなく覚えている。手を上げて先生にそう言うと、先生は「それは、ちがう。他に方法はないかな？」と続けた。私はその言葉にひどく落胆して立ちつくした。先生は、そのあと「正解」を説明していたが、あまりのショックに聞いていなかった。たぶん、1と10、2と9、3と8、4と7、5と6で11を五つ作る、というような方法だったのだろう、先生が黒板に書いていた階段のような絵をぼんやり覚えている。

少年時代のこの経験を振り返ってみても、自分は複雑なところに隠れたちょっとした仕組み、そ

れを使うと何か意外なことがわかるような、そんなことが好きだ。現在の私の専門は幾何学、詳しくは幾何学的群論で、その研究対象である無限離散群には統一的な理論や研究手段が少ない。そこで何かを解き明かしたいと思っている。

### 2. 大学時代

東大数学科に進み、3年になると本郷で各曜日に一科目を講義と演習のペアで勉強するという日が一年間続いた。何も知らなかった私は、どの講義もおもしろかった。3年の終わりに、4年生セミナーでお世話になる先生を決める。幾何に興味があったので、微分幾何の落合卓四郎先生とトポロジーの松本幸夫先生に話を伺いにいった。落合先生は、「微分幾何には二つある。一つはグロモフ流、もう一つはそれ以外の古典的な微分幾何である」と説明したうえで、「グロモフ流では、多様体の社会学を研究する」といわれた。当時、グロモフ(Gromov)が誰か知らなかったし、この説明には面食らった。結局、私は松本セミナーには行って、ミルナー(Milnor)の書いたモース理論とコボルディズムの本を読んだ。分野としては微分トポロジーになる。ご存じの方も多いと思うが、グロモフは1943年ロシア生まれの数学者で、幾何学に革命的な業績を残している。

1月になり最初のセミナーに行くと松本先生と私しか来なかった。しばらく待ってセミナーは取

りやめになり、先生と数学の図書室に行った。新着雑誌の棚で先生は一冊の雑誌 (Annals of Math) を取り上げ、「さっき見たのだけど、この論文はおもしろそうなので読んでみたら」と言った。論文はエバーライン (Eberlein) という人の書いた、曲率が0以下であるリーマン多様体についての論文だった。先生と二人きりで話すのは、ほとんどはじめてで感激だった。ある論文を読むことを自分に勧めてくれるというのを特別に感じた。さっそくコピーして取りかかったが、4年生の知識では読める内容ではなく、仕方なく参考文献をたどり、初歩的な論文に行きつき代わりにそれを読んだ。その論文は微分幾何の論文で、松本先生の勧めもあり大学院では落合先生にお世話になることになった。落合先生の勧めで、修士1年目のセミナーでは出版されたばかりのグロモフのレクチャーノートを読んだ。モストウ (Mostow) の剛性定理の一般化をリーマン幾何の立場から証明した本である。

修士2年目になり、外国に行っていた深谷賢治先生が帰ってきて、今度はそちらで指導を受けることになった。夏休みが始まる前、修士論文で取り組めそうな課題として、深谷さんが20問くらい問題を説明してくれた。一つや二つは解けるだろうと甘く見ていたのだが、夏休み中考えても一つも解けなかった。私はひどくがっかりして、論文なんて書けそうにないと思った。二学期からはセミナーの形式が変わり、自分自身が考えたことを中心に発表するように言われた。

自分の発表日が近づいてきたが何も話すことがなくて困っている時、深谷さんが「この前行った研究集会で、グロモフが、こんなことを言っていた」とリーマン幾何についてのある問題を教えてくれた。私は、もうこれを解くしかないと思った。次のセミナーで何も話すことがなく先生の前で立ちつくすのは御免だった。切羽詰まったおかげか、その問題は解けて次のセミナーで発表した。そのあと別の問題も解け、その二つを論文に書いて修士課程は終わり博士課程に進んだ。

深谷先生に研究指導を受けていても、落合セミナーの一員ということは変わりなく、大所帯のグ

ループで仲良くやれたのは幸運だった。一つ上には、中島啓さんがいて親しかった。中島さんが東大の助手になって間もなく、外国に短期間研究滞在して帰ってきて、たしかウォーリック (Warwick) 大とパークレーの研究所 (MSRI) だったと思うが、その話を聞いたことがある。「外国っていうのは、東大と全然違うよ。みんな大学で研究しているんだ。コモンルームで、お茶の時間に研究の話をしているんだよ!」と言うのを聞いて驚いた。念のために言うが、東大の先生や学生が研究していなかったというのではない。大学内の他人が見えるところでご自身の研究をしていなかっただけである。さらに、印象的だった話は外国人との共同研究についてで、「外国人っていうのは、真剣に考え出すと頭から光線が出るんだよ。こっちはクラクラしてくるけど、それに負けずに一生懸命考えるんだ」というものだった。

### 3. 就職とグロモフ

博士課程に入って二年後の1990年4月に幸い、慶応大学に助手として就職した。数学教室には小島守男先生がいらした。そのころ私の興味は、微分幾何から無限離散群に移っていた。きっかけは、博士課程時代に深谷先生のもとで、グロモフが書いた双曲群についての論文を読んだことだった。グロモフを始めて見たのは、1992年秋にグロモフが東大に一月滞在したときだ。ひと目見たくて東大に行くと図書室に座っていて、新着の雑誌 (数学の専門誌) のページを、まるで週刊誌でも読むようにめくっていた。滞在中、リーマン多様体のシストールについて三日間の連続講演があり、三人で分担してレクチャーノートを作ることになったが、講義が難解でひどく苦勞した。

どうにも分からないので、質問のため、アポイントなしでオフィスに行き、不在ならただドアの前で待っていた。運良く質問できても答えがさっぱり分からないので何度も同じ質問をした。深谷さんにも、ずいぶん助けてもらいどうにか完成したが、レクチャーノートは結局出版されなかった。

グロモフは伝説の人だし、あこがれだから、すべてが新鮮で衝撃だった。ある日「お昼は食べたのか？」と聞かれ、二人で近くに食べに行き魚定食を食べたのが嬉しかった。並んで歩いていること自体が信じられなかった。

#### 4. ウォーリック大滞在

20代の終わりに始めての外国滞在をした。イギリスのウォーリック大に、エプシュタイン(D.B.A.Epstein)先生を訪ねて、93年4月から3カ月滞在した。エプシュタインは前の年、会議で日本に来ていて、慶応にも講演に来た。彼はトポロジーを中心とする幅広い数学者だが、そのころサーストン(Thurston)らとオートマチック群の理論を作り上げていた。イギリスに着いて、まずエジンバラで離散群の会議に参加し、いろいろな講演を聞いたが、ほとんど分からなかった。日本では無限離散群の研究はあまり活発でなく、本格的な集会に出るのは初めてだった。いくつか興味を持てる講演はあり、そのひとつが自由群の有界コホモロジーについてだった。

とにかく双曲群について論文を書きたかったので、ウォーリックでは、双曲群の有界コホモロジーを計算することにした。講演で聞いた自由群に関する研究を双曲群で検証するというものだ。そのことの意義とか、そんなことはどうでもよく、とにかく定理を一つ証明したかった。ウォーリックでは研究に没頭できる環境があり、進展はあったものの、なかなか解決しなかった。ある日、午後のお茶の時間にコモンルームでエプシュタイン先生と数学の話になり、先生から共同研究の申し出があり、二人でその問題を考えることになった。

エプシュタイン先生は教室でも中心的な先生で、お茶の時間には回りに人がいて、なかなか近付けない。ある日、研究について話すために、お茶の時間の後、先生のオフィスに行き、大きなオフィスの奥に先生は座って、自分は入り口近くに立って遠くから討論していた。夕方で、電気をつけないオフィスは薄暗かった。数学の話をしなが

ら、わたしはクラクラしだした。先生の頭から光線が出ているのを感じ、立っているのがやっとだった。「中島さんが言っていたのはこれだったのか」、そう思った。そんなことを経て、問題が解決したのはウォーリックを立つ間際だった。

#### 5. バークレー滞在

夏休み中、日本に帰り、93年9月から一年半、学振の海外研究員としてバークレーの数学研究所MSRIに滞在した。所長はサーストンだった。MSRIは通常、その年のテーマを二つ決め研究員を募集する。テーマの一つが微分幾何で、私はそのテーマのもと、研究員に採用された。バークレーは、大学の数学教室に小林昭七先生がいらして、アパート探しをはじめ大変お世話になった。私はウォーリックでの経験もあり、無限離散群論にいつそう強くひかれていた。それで、数学教室にいたスターリングス(Stallings)のセミナーに入り浸った。スターリングスはトポロジストだが、無限離散群の仕事で先駆的な仕事を数多くした人で、ポア



KOJI FUJIWARA  
Differential Geometry

図1 MSRIのメンバー用写真。93年9月。分野はDifferential geometry(微分幾何)。

ンカレ予想の解決に生涯とりつかれた人でもある。

当時、MSRIは主要二テーマに関係ない研究員も少数採用していた。そのなかに、セラ (Sela) という人がいて、年齢も近かったし自然に親しくなった。セラはイスラエル出身の数学者で、その先生のリップス (Rips) は組み合わせ群論の最高の研究者の一人である。セラはすでに双曲群に関するいくつもの華々しい成果をあげていて、「自由群の上の連立方程式の解法と解空間」について、スターリングスのセミナーで連続講演をしていた。教室のポスドクだったペレルマン (Perelman) も何度か聞きに来ていた。

## 6. 幾何学的群論

その後、1998年4月に慶応から東北大に移った。幸運にも「幾何学的群論に関する研究業績」で2005年度の幾何学賞を受賞した。幾何学賞の創始者のお一人は小島先生で、2006年3月の東京での授賞式には先生もいらしてくれた。そのとき、慶応で同僚だった金井雅彦さんと相談して、先生の80才の誕生祝いを企画し、関係する方にも来ていただいて先生のお宅のある鎌倉で行った。小島先生ご夫妻も喜んでくださったように思う。その年の暮れ、先生は突然お亡くなりになった。私のオフィスには Journal of Differential Geometry が創刊から20年分ある。先生が購読していたものを、定年のときに頂いたものだ。

研究分野の幾何学的群論 (Geometric group theory) について説明すると、これは離散な無限群を研究対象としていて、簡単に言えば群を図形として考察して群論的な結果を導くことを目指している。有限群については深い理論があり、80年代には一つの決着をみている。離散群に対して、連続群の場合は、リー群について完成した古典的理論がある。加えて、リー群の格子部分群と呼ばれる離散無限群にはマルグリス (Margulis) の理論などまとまった理論がある。それに比べて、一般の離散無限群には散発的な理論しかなかった。一方、離散無限群にはコクセター群やアルチン群、写像

群など深く研究されてきた例はあり、豊かな数学の存在がある。離散群は多様体の基本群として現れ、また決定問題を通してアルゴリズムやコンピュータサイエンスとの本質的な関わりがあり、重要であり有用である。そのような状況で、80年代にグロモフが創始した双曲群の理論 (私が博士課程で読んだ論文) は、無限離散群の景色を一変させ、統一的な俯瞰を与えた。その後の発展の中で、無限離散群と数学のほかの分野との関わりは一層具体性を増している。

## 7. 離散群の JSJ 分解

自分の仕事の中でもっとも印象に残るのは、離散群の「JSJ 分解」についてだ。JSJ とは Jaco-Shalen-Johannson という3人の数学者の頭文字で、3人は3次元多様体の分解についての決定的な理論を70年代に得ている。この理論を踏まえて、1980年ころサーストンは「3次元多様体の幾何化予想」を述べた。ご存知の方も多いと思うが、この予想はペレルマンにより数年前に解決され、その一つの帰結としてポアンカレ予想が正に証明された。

90年代初めに JSJ 分解にまつわる思いも寄らない展開があった。リップスとセラが JSJ 分解のある種の類似を、無限離散群に発見したことである。しかし、表面的な類似にも見え、また部分的な成果かも知れなく、果たしてこの JSJ 理論が3次元多様体で果たしたような本質的な役割を、離散群論で持つかは未知数だった。リップスは1994年のチューリッヒの ICM (世界数学会議) で、この仕事について講演した。私は MSRI に滞在中で、アメリカ数学会から旅費をもらい ICM に参加した。リップスの講演会場は熱気に満ちていて、最後の質疑応答で、離散群の JSJ 分解の理論をより完全なものにするという問題提起がリップスからあった。

パークレーから95年3月に日本に帰り、95年11月、研究上の知り合いのパパソグル (Papasoglu) が一月、パリから私を訪問してきた。彼

はバス (Bass) の元で数年前に博士号を取ったギリシャ人で、離散群論のテクニックに習熟していた。二人でなにか研究に取り組もうということになり、いろいろなプレプリントを見たり文献を調べたりして、どの問題が重要なのか、自分たちに解決可能に見えるかを話しあった。一月の滞在は、ほとんど問題選びに費やし、最後に離散群の JSJ 理論の完成に二人で取り組むことにした。それから日本とフランスでメールのやりとりをして研究を続け、96年3月は、今度は私が一月パパスゲルをパリに訪ねた。市内にあるシテ・ユニバシテという学生寮の巨大な集合住宅に泊まった。休みもなく毎日、朝から晩まで二人で仕事をした。住宅と仕事場 (大学またはカフェ) を往復するだけだったが、一日だけベルサイユ宮殿に二人でいった。帰国後も研究を続け、いまから思えば、そのころ我々はよいアイデアを得ていた。

96年8月、オーストラリアのメルボルンで群論の研究集会があり、その機会に二人で会うことにした。私は滞在を4週間に延長して、JSJ分解のことを絶え間なく考え続けた。もう文献を調べることもあまりなく、計算することも尽きていた。ただ何かを暗闇でじっと見つめるように考え続けていた。朝起きるとすでに頭の中で考えていて、そこから中断なく考え、寝る瞬間まで考えていた。見えそうだが見えない、そんな時間が何百時間続いた。パパスゲルが一足先にパリに帰り、自分の滞在も終わりに近いある日、大学でブラブラしながら一人で考えていた。そのとき、何かが見え始め、それを紙の上で確かめたくなり、空いていた教室に入り込み、すわってじっと考えた。数十分して、本質的な困難が突破できたのがわかった。それまでは、真っ暗闇の深海をひたすらもぐり続けているような感覚だった。いつか海底に着くはずだと思い、下降しているつもりだが、景色に何の変化もない。果たして自分が本当に下降しているのか、それすら分からないときもあった。深海はひどく圧力が高く、少しの動きも苦しい。それに耐えて、ただひたすらもぐって行く。そんな感じだった。しかし、その教室での瞬間は、ついに

海底に到達し、そこで何かを見た。音も色もない世界から私は静かに浮上を始めた。いままで誰も見たことのない深い場所に潜り、そこで何かを見たという充実と脱力を感じた。明るい地上に出たら、不安と興奮の中で、自分の手の中にあるものを見ようと思った。そのあと、パリにいるパパスゲルとやりとりを続け、お互い問題を解決したという確信をもち、ざっと原稿を書きセラを含む少数の関係者に伝えた。

その後すぐ、96年10月にモンリオールとニューヨークに会議で行った。モンリオールにはリップスも来ていて、「Your theorem is beautiful (あなたたちの定理は美しい)」と言われて感激した。リップスはセラから我々の仕事について聞いていたそうだ。会議の参加者にベスティビナ (Bestvina) という人がいて、会議中に、「JSJ理論について新しい成果を得たそうだけど、教えてくれ」と言ってきたので、カフェに言って説明した。彼は幾何学的群論で多くの顕著な成果を上げていた一人だが、それまでに話したこともなかった。話してみると、頭の回転が速い人で、20分くらい説明すると分かったといい、「amazing (おどろいた)」と誉められた。ニューヨークにはパパスゲルも来て、彼が会議で JSJ 理論の完成について初めて講演した。大きな反響があり、講演が終わると、何人もの人が壇に近づいてきて、そのうちの一人が「おめでとう (Congratulation) !」といいながら我々に握手を求めてきた。

その理論を論文に書くのは、容易な作業ではなかった。雑誌に投稿した後もレフリーに時間がかかったり、書き直したり、結局専門誌に出版されたのが2006年。10年以上かかったことになる。この仕事には、論文を書き上げるまで数千時間かかった。今までに一番長い時間がかかった仕事だ。

## 8. 欧米人との研究

私の場合、欧米人との共同研究者が多い。そこで体験した欧米人の研究への取り組み方や考え方は、その後の私の研究姿勢に大きく影響した。パ

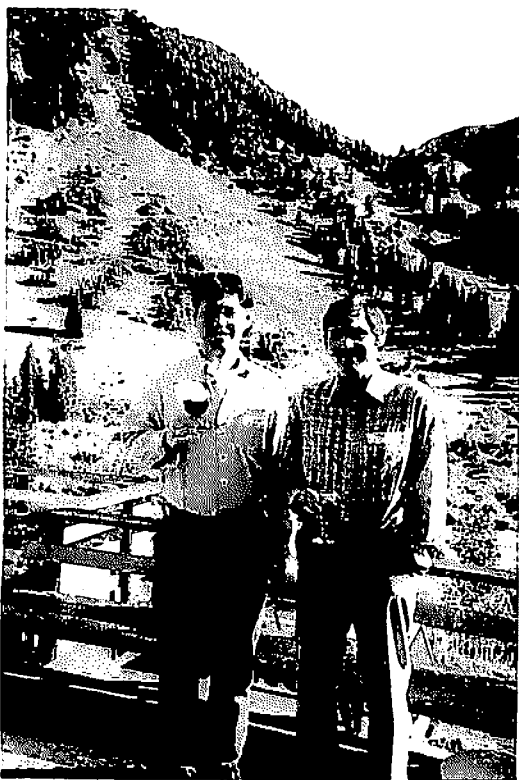


図2 Bestvina とユタ大のパーティで。98年9月。

パソゲルと JSJ 理論に取り組むときもそうだが、欧米人は常に目的がはっきりしていて、その意味や意義、実現可能性をしっかりと吟味する。結果を必ず出すという目的意識がはっきりしていて、ひとたび動き出すと強い推進力があり、ここの一番での集中力が強い。これには、欧米文化の本質がある気がする。私は共同研究を通して、否応なくその異質さと向き合ってきた。必要な語学力は遅かれ早かれ身に付くものだが、やっかいなのは考え方や行動様式の違いで、それへの対処法は人さまざまだ。無視する、対決する、同化する、相手を同化させる、あいまいにやり過ごすなど。何回かの外国研究滞在と共同研究を通して、試行錯誤の末、自分のやり方を身につけた。

モンリオールで話したのをきっかけに、98年の秋から冬にかけてソルトレークのユタ大学にベスティビナを訪問した。それ以来、一緒に仕事をする間柄になり、一定の間隔で短期間訪問するが、



図3 MSRIにて。07年11月

数学浸けの時間になる。「How was your flight? (飛行機はどうだった)」というお決まりの挨拶が終われば数学の話になり、滞在中は朝から晩まで研究の話になる。数学の研究はなかなか目に見えて進展しないもので、多くの時間は重苦しい。狭いオフィスの中、二人でカリカリしているのは大変なストレスを感じるものだ。先日も訪問中に、授業のために1時間オフィスをあけて帰ってきた彼が、ドアを開けるなり、「Did you prove anything? (何か俺のいない間に証明したか)」と言うので苦笑した。1週間程度の滞在では目立って前進しないこともあり、失意のまま、飛行機に乗って日本に帰ることもある。それでも、研究への欲求、興味と熱意を共有できる共同研究者との格闘、うまくいったときの満足感、それらすべてが一体となって自分を押し進めている。

私は現在40代半ばである。これからも自分にできる限り、一つでも良い定理を示したい。この文章でも少しふれたが、いままで多くの方にお世話になり助けられている。つまるところ、数学研究もいろいろな意味で人間同士の共同作業で、止まることのない巨大な流れだ。その一員として貢献したい。自分が身につけたもの、自分のなかで培われたものが、少しでも他の人、特に若い人たちの役に立てばと思っている。

(ふじわら・こうじ、東北大学大学院情報科学研究科)