

令和2年度基盤コーステキストとその説明

令和2年度修士課程新入生の基盤コースセミナーのテキストは以下の通りです。

代数学

担当教員 : 森脇 淳

J.-P. Serre の *Local Algebra* は、可換環論の初歩から専門的な話題までを、セールによる明快な解説がなされた本である。その後は、さらに専門的な可換環論を研究か、または、大域的な代数幾何学を研究する事になります。

担当教員 : 加藤 周

Harm Derksen and Jerzy Weyman 「An Introduction to Quiver Representations」
Graduate Studies in Mathematics 184, 2017

この本は有限次元代数の中で最も基本的なクラスである簞に付随する道代数の表現論の様々な側面を解説する本で、基本的なことから最近の発展まで幅広いトピックがカバーされています。ただし、証明が一部分スケッチだったりすることもあるので必要に応じて他のテキストを参照することが必要です。また、既にある程度勉強している人は途中から始めることも可能です。

Wee Teck Gan and Kai Meng Tan, ed. 「Modular representation theory of finite and p -adic group」

Lecture Notes Series, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore: Volume 30

この本は Chevalley 群, p -進代数群と呼ばれる重要な群の正標数での表現論に関する様々なトピックを網羅したサーベイです。サーベイなので各々のトピックに関しては少なくとも一部分参考文献を参照することが求められます。この本を選択した場合の指導方針としてある程度読んで分野全体へのイメージを掴んだ後に興味に応じて一種類の具体的な群(や代数)に関する勉強をより本格的にしてもらうという形を考えています。

James Lepowsky and Haisheng Li 「Introduction to vertex operator algebras and their representations」

Progress in Mathematics, 227 Springer-Verlag

この本は共型場理論のひとつの数学的定式化である頂点作用素代数とその表現についての基礎的な部分の理論を解説した本です。頂点作用素代数には様々な種類があり、この本を読んだあと(単純リー代数の無限次元表現論など)他の予備知識に応じて進んだトピックの勉強をしてもらうことを想定しています。

担当教員 : 平賀 郁

履修者と相談のうえ、下記のテキストのうち1つをセミナーで講読します。

(状況によっては、基礎的な知識が習得できた時点で、履修者の興味に応じたテキストを読んでいくこともあります。)

- N.Koblitz, Introduction to Elliptic Curves and Modular Forms, GTM 97, Springer

前半は主にCMをもつ楕円曲線の有理点とそのL-関数について書かれている。また、後半は保形形式について書かれていて、最後は半整数ウェイトの保形形式も扱われる。

- F.Diamond J.Shurman, A First Course in Modular Forms, GTM 228, Springer

保形形式について書かれている本。セミナーでは前半部分を中心に読むことになるであろう。

Koblitz の本の内容のほうが初等的である。

- J.H.Silverman J.T.Tate, Rational Points on Elliptic Curves, Springer

楕円曲線の有理点について書かれている。

比較的容易に読めるであろう。

担当教員 : 山崎 愛一

A. A. Albert

Structure of Algebras

実数体 R を中心とする有限次の斜体は R 自身以外には四元数体 H のみである。一般の体 K に対して、 K を中心とする有限次の斜体はどれくらいあるかという問題を主に扱う。

Christian U. Jensen, Arne Ledet, Noriko Yui

Generic Polynomials Constructive Aspects of the Inverse Galois Problem

体 K と有限群 G に対して $\text{Gal}(L/K)=G$ となるような K の Galois 拡大 L が存在するかというのが Galois の逆問題である。

K が有限体のときは、各巡回群 Z/nZ ごとに1つずつ n 次巡回拡大が存在する。

一方 K が有理数体 Q のときの Galois の逆問題は有名な未解決問題である。

この本では generic polynomial を用いて G 拡大を具体的に構成する問題を主に扱う。

これ以外の本をテキストとすることもあるが、いずれにしても代数的整数論を扱う。

幾何学

担当教員 : 高村 茂

[1] S. Smith, Subgroup Complexes, AMS (2011)

数学において、ある研究対象の分類が完成したとしても、「ひとつの対象の中にはほかの対象がどのように入っているか」は別問題であり、難しいことが多い。たとえば、代数多様体の分類が完成したとしても、各代数多様体の中に部分代数多様体がどのように入っているかすべて決定するのは、はるかに難しい。また、群の分類が完成したとしても、各群の中に部分群がどのように入っているかははるかに難しい問題である --- しかし、これは、ガロア理論において拡大体を考える際に重要であるし、空間の対称性を考える際も、群作用の観点から重要である。

さて、群の中に部分群がどのように入っているかはハッセ図というグラフで表される。

このグラフの「幾何的性質」（たとえばこのグラフから作られる単体複体のホモロジー群）は、群の構造を色濃く反映している。

一例を挙げれば、有限群論で習うシローの定理の幾何版「ホモロジカル・シローの定理」はその体現。

この本はそういったことを self-contained に説明している。セミナーでは、空間の対称性への応用（多様体への変換群作用、代数曲線の自己同型群など）についても学んでいく予定。

代数と幾何を融合的に理解したい人向け。

[2] R. Schmidt, Subgroup Lattices of Groups, Walter de Gruyter (1994)

ここで言う ``lattice`` は「格子」ではなく、「束」と訳される可換な代数構造（二種類の 2 項演算からなる）。群の部分群全体は単なる集合ではなく、束構造が入る。群の構造は、この束構造に反映されることから、とくに有限群の部分群束は、かつて有限群論の研究者を中心に活発に研究された（あの岩沢健吉先生も束構造の研究に携わっていた時期がある）。

現在でも、束構造は代数、幾何、組み合わせ論、さらに計算機代数、論理学などさまざまな立場から研究が続いている。

さて、代数的トポロジーにおいて、基本群を可換化したホモロジー群のほうが扱い易いように、群そのものよりも部分群束のほうが可換なぶんだけ扱い易く、また視覚にも訴えるため、幾何的な考察を進めることもできる。さらに計算機実験とも相性が良いので、実験してみるといろいろ面白い現象がわかることがある。

Schmidt の本は Smith ``Subgroup Complexes`` に比べて、抽象的な扱いをしている（ただし、面白い形をした、部分群束由来のグラフがいろいろ載っており興味を惹かれる）。有限群に限らず、一般の群の部分群束を扱っている。

担当教員 : 葉廣 和夫

セミナーでは、トポロジーまたは関連する代数についての本を読みます。

読む本は相談して決めますが、今考えているのは次の本です。

[1] Nikolai Saveliev, Lectures on the topology of 3-manifolds. An introduction to the Casson invariant. 2nd edition.

3次元多様体のトポロジーについての本です。

必要とする予備知識は多様体についての基本的な事項です。

[2] Christian Kassel, Quantum groups.

量子群（ホップ代数）と、それを用いた結び目（および絡み目・タングル）の不変量の構成についての本です。

必要な予備知識は、線形代数です。

[3] Tom Leinster. Basic category theory.

圏論についての入門書です。

予備知識は特に必要ありません。

解析学

担当教員 : 楠岡 誠一郎

[1] H. Matsumoto, S. Taniguchi, Stochastic analysis, Itô and Malliavin calculus in tandem, Cambridge Studies in Advanced Mathematics, 159, Cambridge University Press, Cambridge, 2017.

[2] J.-F. Le Gall, Brownian motion, martingales, and stochastic calculus, Graduate Texts in Mathematics, 274, Springer, 2016.

[3] W. E. T. Li, E. Vanden-Eijnden, Applied stochastic analysis, Graduate Studies in Mathematics, 199, American Mathematical Society, 2019.

まずはこれらの本の中から1冊を選び、確率解析の基礎となる確率積分や確率微分方程式を学ぶ。どの本を選ぶかは学生の知識と要望を踏まえて選ぶ。また、進捗状況によっては他のより専門的な文献に変更することもある。

担当教員 : 荒野 悠輝

Gerald J. Murphy, C*-algebras and operator theory, Academic Press, 1990.

を用いて作用素環論、特にC*-環論の基礎を学ぶ。基本的な関数解析の知識を仮定する。

興味や進度に応じて、テキストを変更することもあり得る。

応用数学

担当教員 : 坂上 貴之

基盤コースで用いるテキストは、応用・計算複素解析をテーマとして、以下の三つを考えています。学生の希望に応じて選んで実施します。

1. **T. Trogdon and S. Olver, Riemann–Hilbert Problems, Their Numerical Solutions and the Computation of Nonlinear Special Functions. SIAM 2015.**

Riemann–Hilbert (RH) s 問題は複素解析における基本的な問題として、微分方程式や可積分系、確率論やランダム行列理論、漸近解析など多くの応用上の問題で現れます。現在、この RH 問題を数値的に解く様々な方法が提案され、より複雑な問題への対応が可能になってきました。この書籍は、RH 問題の数学的な基礎から応用、数値解法までを網羅的に解説した本です。この本を用いて音波の問題を考えるプロジェクトを考えています。

2. **A. Deano, D. Huybreches, A. Iserles, Computing Highly Oscillatory Integrals. SIAM 2017**

高い振動を伴う現象は科学・技術の様々な分野に現れるにもかかわらず、その数値計算は非常に難しいとされています。この本はその数値解法について紹介したものです。複素解析を用いた数値解析の本ではありますが、この本に基づいて、振動積分について数学的な基礎を学び、その後この数値解法を位相幾何的なベクトル場の分類を用いて数学的に調べるプロジェクトを考えています。

3. **A. S. Fokas, A Unified Approach to Boundary Value Problems, SIAM 2008**

この本は可積分な偏微分方程式の初期値境界値問題の解を複素解析を用いてこれまでに知られることのなかった陽的な解公式を与える数学的手法を紹介したものです。この方法を用いて複雑な形状を持つ領域の偏微分方程式の問題を解くプロジェクトを考えています。

計算機科学

担当教員 : 西村 進

並行分散コンピューティングの理論について、以下のような教科書を用いてセミナーを行います。

1. **Rachid Guerraoui, Petr Kuznetsov, “Algorithms for Concurrent Systems” , EPFL Press, ISBN:978-2-88915-283-4.**

2. **Maurice Herlihy, Dmitry Kozlov, Sergio Rajsbaum, “Distributed Computing through Combinatorial Topology” , Morgan Kaufmann**

1 は並行分散コンピューティングの数理的モデルや計算能力等の理論的側面についてバランスよく解説している好著です。少なくともこれに書かれている内容はおおよそ習得してもらいます。これによって、この分野の主要なトピックについて全体を概観することができます。2 は並行分散コンピューティングにおける計算構造を組合せトポロジー的観点から解説したユニークな教科書です。

なお、計算機科学に関する基礎的知識を補うため、上記セミナーに先行あるいは並行して、必要に応じて例えば以下のような教科書を用いてセミナーを行います。

3. Dexter Kozen, “Automata and Computability”, Springer
オートマトン・形式言語理論・計算可能性
4. 高橋正子「計算論 計算可能性とラムダ計算」近代科学社
主にラムダ計算

また、最低限のプログラミング・スキルを身に付けてもらうため、プログラミング実習を課します。テキスト等は別途指示します。

保険数学

◆徳田 裕也

下和田 功「はじめて学ぶリスクと保険」（有斐閣）
保険全般にかかる入門書。保険数学を学ぶ前に保険に関して幅広く知識を習得する。

◆浅野 淳

日本アクチュアリー会 「モデリング」
統計ソフトRを活用し、回帰分析、時系列解析、確率過程などの保険・ファイナンスにかかわるモデリングの基礎知識と手法を習得する。

◆恒川 啓之

日本アクチュアリー会 「損保数理」
損害保険数理の基本と初等的なリスク理論に関する解説テキスト。
「リスク・セオリーの基礎」 岩沢 宏和 著（培風館）も適宜参照しつつ、
損害保険数理の基礎を習得する。
より高度な定量的リスク管理やモデリングへの橋渡しにもなればと考える。

◆南 嘉博

日本アクチュアリー会 「年金数理」
年金制度の体系（公的年金、企業年金）、年金数理の基本原則、財政方式、
及び退職
給付会計基準について幅広く知識を習得する。

◆鈴木 剛

Clare Bellis, Richard Lyon, Stuart Klugman and John Shepherd
「Understanding Actuarial Management」

(the Society of Actuaries and the Institute of Actuaries of Australia)
オーストラリアアクチュアリー会と米国アクチュアリー会が共同作成した
アクチュアリー実務の教科書。アクチュアリーの基本的人考え方である
コントロールサイクルを勉強する。

Jeff rey A. Beckley 「Understanding Actuarial Practice」
(the Society of Actuaries)
米国アクチュアリー会作成のアクチュアリー実務の基礎的な教科書。
米国流の保険料設定や責任準備金、利益等について知識を習得する。

実習

担当教員 : 原田 雅名

テキストは使用せず

担当教員 : 菊地 克彦

テキスト：
前期は問題演習を行うため、テキストは使用しない。
後期開始前の数学基礎試験に合格した場合、
該当者と改めて相談し、セミナーの分属とテキストを決定する。