

令和7年度グループセミナーテキストとその説明

令和7年度修士課程新入生のグループセミナーのテキストは以下の通りです。

代数学

担当教員 : 加藤 周

相談の上で以下のうちの一冊を全員で読むことを考えています。

- 【1】** "Algebraic groups. The theory of group schemes of finite type over a field", J.S. Milne, Cambridge University Press 2022, Online ISBN:9781316711736

代数群の現代的な教科書。代数群はリー群の代数幾何的類似物で、大雑把に見れば同じとも思えるものですが、正標数の体や代数体など複素数体以外の体で、さらにスキーム論的に考えると色々と微妙なことも起こります。そういう部分まで含めて最初からしっかりと勉強したいというひとにおすすめです。(appendix Aに書いてある)代数幾何学の知識は基本的には仮定します。また、未修の場合はM1の夏学期の終わりまでにルート系や複素数体上の単純リー代数の分類などをざっとでも独習された方が捗ると思います。

- 【2】** "Bruhat-Tits theory, new approach", Tasho Kaletha and Gopal Prasad, Cambridge University Press 2023, Online ISBN:9781108933049

これも代数群の教科書ですが、上とはだいぶ毛色が違います。代数群の位相はいわゆる Zariski 位相と呼ばれるもので、これは複素数体上でもリー群としての通常の位相とは一致しないのですが、(有限体や) p -進体上ではその影響がより大きくなります。このことからいわゆる p -進体(もしくは正標数の局所体)上の代数群の部分群の構造は Weyl 群やルート系といった通常の代数群としての構造に加え p -進体のデータを取り込んだ Bruhat-Tits building と呼ばれる組み合わせ論的構造物の構造を反映します。それ(を群のレベルで記述するの)がいわゆる Bruhat-Tits 理論と呼ばれるもので、この本の主題です。この本を読む場合はあらかじめ代数群の理論およびルート系や複素数体上の単純リー代数についてある程度の親しみが必要です。

- 【3】** "Tensor categories", Pavel Etingof, Shlomo Gelaki, Dmitri Nikshych, and Victor Ostrik, Mathematical Surveys and Monographs, AMS, ISBNs: 978-1-4704-2024-6 (print); 978-1-4704-2349-0 (online)

有限群やリー群の有限次元表現圏などにはテンソル積があり、そのテンソル積の構造から元の有限群やリー群が復元されたりします。そのような良いテンソル積を持つ圏(テンソル圏)から条件を緩めたようなテンソル圏は様々な文脈から大量に存在し、多くの場合には完全な分類はなされていません。この本はそのような割と一般のテンソル圏に関する教科書です。書かれている理論を追う

だけであれば特別な予備知識はいらない一方でなぜそのようなテンソル圏を考
えるかを理解するためには他のことも知る必要があります。

担当教員 : 吉川 謙一

2025 年度 M1 グループセミナーのテキスト

【4】小林昭七「複素幾何」岩波書店

または

【5】D. Huybrechts ``Complex Geometry'' Springer

複素幾何の入門的なテキストです。前期または後期の初め頃までにこの本を全
部またはある程度読み、その後で受講者の個別の興味に応じて別のテキストに
移行する予定です。

この本の後に読むテキストとしては、例えば以下を考えています

(受講者と相談した上で、別のテキストでセミナーをすることも考えます)

【6】Shigeyuki Kondo, K3 Surfaces, European Mathematical Society

K3 曲面の大家により書かれた K3 曲面・エンリケス曲面に関する本格的な本です。
K3 曲面に関する標準的事項から著者自身による研究まで書かれた本です。
大域トレリ定理までを読み、その後は個別のトピックまたは論文を読むことにな
ると思います。

【7】Eberhard Freitag (長岡昇勇 訳) 「ジーゲルモジュラー関数論」

共立出版

ジーゲル上半空間上の保型形式であるジーゲルモジュラー形式について書かれ
たテキストです。

ジーゲルモジュラー形式に関する基礎的事項、ジーゲルモジュラー多様体の佐
武コンパクト化、 g 次ジーゲルモジュラー多様体が大きな g に対して一般型であ
ることなどが書かれています。

私も非専門家なので、セミナーで一緒に勉強したいと思います。

**【8】Kunihiko Kodaira, Complex Manifolds and Deformation of Complex
Structures, Springer**

複素構造の変形理論の創始者による変形理論に関する解説書です。複素多様体
の基礎から(適当な条件の下に)与えられた複素多様体の全ての複素構造の変
形を含む族の存在まで書かれています。

小林「複素幾何」、Huybrechts ``Complex Geometry'' と重複する部分も多いの
で、これらの図書で扱われている内容以降の部分から読むことになると思いま
す。

幾何学

担当教員 : 伊藤 哲也

読むテキストは受講者の希望を聞いたうえでどちらか一つに統一したいと思います。

- 【9】** J. Rasmussen,
Knots, Polynomials, and Categorification
Quantum field theory and manifold invariants, 77--170.
IAS/Park City Math. Ser., 28
American Mathematical Society, Providence, RI

電子版は

<https://www.ams.org/books/pcms/028/02/pcms028-02.pdf>

より利用可能

(京大のアカウントがまだない方は著者ホームページからも出版されたものとほぼ同じものが入手可能です)

<https://rasmusj.web.illinois.edu/PCMINotes.pdf>

『結び目ホモロジー』と呼ばれる近年盛んに研究されている結び目の不変量の圏化 (Categorification) についてのレクチャーノート。

実際に結び目やその空間を扱うというよりも、結び目の図式などから定義される鎖複体や圏を調べるというものなので、結び目理論や低次元トポロジーの予備知識がなくても読め、最短で最先端の話題について学ぶことができる。

必要に応じて、省略されている証明や議論を補うために参考文献を読むことになる。

- 【10】** B. Farb and D. Margalit,
A primer on mapping class groups.
Princeton Math. Ser., 49
Princeton University Press, Princeton, NJ, 2012. xiv+472 pp

電子版は

<https://www.jstor.org/stable/j.ctt7rkjw>

より利用可能

低次元トポロジーのみならず多くの分野で重要となる対象である曲面の写像類群の入門書。本としては厚いが内容は基本事項がほとんどなので、第 8 章前後まで読み必要な基本事項を習得したあとは各自の興味に合わせて詳細なトピックについての論文などを読んでいく予定。

担当教員 : 加藤 毅

【11】 Lectures on the h-cobordism theorem, J. Milnor (Princeton Univ. Press) (日本語訳あり)

高次元多様体では h-cobordism が product であることの証明を明快に解説した古典的名著。

ここから高次元ポアンカレ予想が従う。

最近日本語訳が出たのでそれも併用して購読を行う。

【12】 ラプラシアンの幾何と有限要素法 浦川肇 (朝倉書店)

ラプラシアンの固有値問題とその有限要素法の線形計算に関する解説が与えられている。

ここでは厳密解との誤差評価など主に理論的な側面に関して購読をする。

【13】 Elliptic operators, topology and asymptotic methods, J. Roe (Pitman Press)

Atiyah-Singer 指数定理の証明と応用に関する教科書。

明快な記述でまとまっている決定版の一つ。

担当教員 : 塚本 真輝

テキスト :

【14】 Manfred Einsiedler , Thomas Ward 著,
Ergodic Theory with a view towards number theory,
Springer

説明 :

エルゴード理論の非常に良い入門書。面白い具体例と抽象論とのバランスが素晴らしく、読んでいてワクワクする本である。

ただページ数が多いので、すべてをセミナーで読むのは難しい。セミナーでは第9章と第11章を目標に、それに必要な部分を読むという方式を考えている。

解析学

担当教員 : 稲生 啓行

例として以下のテキストを挙げますが、受講者の興味や学習状況に応じて決めたいと思います。

【23】 John Milnor. Dynamics in One Complex Variable: Third Edition.

Annals of Mathematics Studies 160. Princeton University Press, 2006.

1変数複素力学系の標準的な教科書。複素解析や被覆空間などの必要な予備知識についてざっと説明した後で、Julia集合やFatou集合やその上の力学系の性質

について詳しく述べられている。予備知識の部分は少し難しいかもしれないので、必要があれば適宜こちらでフォローしながら読み進める。

【24】 Kenneth Falconer. Fractal geometry : mathematical foundations and applications, 3rd Edition. Wiley, 2014.

フラクタル幾何学の教科書。フラクタル次元などの一般的な性質について解説した後に、自己相似集合や力学系、ランダムフラクタルなど様々な例について述べられている。第2版は日本語訳も出ているができれば最新版を読みたい。

【25】 Lars V. Ahlfors. Lectures on Quasiconformal Mappings: Second Edition. AMS. 2006

擬等角写像は1変数複素解析における重要なツールの1つである。擬等角写像の解析的・幾何的な性質を学んだ後に、擬等角写像に関する最も重要な定理である、Ahlfors-Bersの可測リーマン写像定理を証明する。タイヒミュラー空間についても簡単に述べられている。

担当教員 : 窪田 陽介

以下の2冊を挙げますが、セミナーの過程で必要に応じて他のテキストから知識を補うことは自由に行なってください。

【15】 Blaine H. Lawson, and Marie-Louise Michelsohn. Spin Geometry. Princeton University Press, 1989, pp. xii+440. ISBN: 9780691085425

Atiyah-Singerの指数定理のK理論による証明を解説している本。指数定理がK理論という体系の中で、常コホモロジー論における微分形式の積分に相当する操作に相当するということがよく理解できるようになる。K理論だけでなく、Clifford代数とスピン構造、接続と曲率、擬微分作用素といった、指数定理に関連する数学的な道具にひとつひとつ触れることができる。

【16】 John Roe. Elliptic operators, topology and asymptotic methods, Second Edition. Pitman Research Notes in Mathematics Series. Longman, Harlow, 1998, vol. 395, pp. ii+209. ISBN: 9780582325029

Atiyah-Singerの指数定理の熱核による証明を解説している本。熱核による証明は、境界付き多様体や特異性を持つ多様体の指数定理に対して開かれている。熱核の方法を扱った書籍は他にもあるが、これが最も簡潔に書かれていると思う。関数解析についてある程度の知識を必要とするが、必要なことを知っていれば証明自体は上記の本[15]より易しいはずだ。

担当教員 : 高棹 圭介

偏微分方程式に関するセミナーを行う。

基本的には学生との相談で決めるが、例として以下のものを挙げる。

【17】 Giovanni Belletini 著

Lecture Notes on Mean Curvature Flow: Barriers and Singular Perturbations.

Edizioni della Normale

準線形放物型方程式である平均曲率流方程式の入門書である。

Huisken の単調性公式等、平均曲率流方程式に関する基礎的な事柄を学ぶことができる。

【18】 Lawrence C. Evans 著

Partial differential equations.

Second edition. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society

偏微分方程式の標準的な入門書である。修士課程にて初めて偏微分方程式を学ぶ場合は、まずこの本の内容を理解することが望ましい。

【19】 Qing Han, Fanghua Lin 著

Elliptic partial differential equations.

Second edition. American Mathematical Society

楕円型偏微分方程式の入門書である。最大値原理やエネルギー評価等によって、解の性質(先験的評価等)を学ぶことができる。

担当教員 : 濱口 雄史

【20】 Jean-François Le Gall 著, Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus, Springer, 2016.

確率解析の基礎的な内容が書かれた教科書。マルチンゲール、マルコフ過程、確率積分、確率微分方程式などについての標準的な内容が読みやすくまとめられている。より本格的な内容を扱うためには他の文献を参照する必要がある。

【21】 Giuseppe Da Prato 著, An Introduction to Infinite-Dimensional Analysis, Springer, 2006.

確率(偏)微分方程式への応用を念頭に置き、無限次元空間上のガウス測度やマルコフ半群を中心的な題材として扱った入門書。このテキストを用いる場合は、その後により具体的な確率偏微分方程式・時間遅れを持つ確率微分方程式・確率ヴォルテラ方程式などの話題に進むことを想定している。

【22】 Jianfeng Zhang 著, Backward Stochastic Differential Equations: From Linear to Fully Nonlinear Theory, Springer, 2017.

後退確率微分方程式の理論と応用を中心に、入門的な内容から近年の動向まで取り扱ったテキスト。前半3章では確率解析の基礎理論や確率微分方程式に関する基本的な題材を扱っている。また、確率制御や数理ファイナンスへの応用も書かれている。

担当教員 : 宮路 智行

候補として以下の4冊を挙げます. 受講者の興味や背景によっては別の本を選ぶことも検討します.

【25】 C. Kuehn, *Multiple Time Scale Dynamics*. Springer, 2015

https://kuline.kulib.kyoto-u.ac.jp/opac/opac_link/bibid/EB09250691

(e-bookあり)

ある変数の時間発展は非常に速いが, 他の変数は非常にゆっくり変化する……というような, 複数の時間スケールをもつ力学系を考える. そのような性質をもつ常微分方程式や偏微分方程式による数理モデルが, 自然科学や工学の多くの分野であられる. 複数の時間スケールの共存によって生じる様々な数理的現象, それらに対する解析手法および核となるアイデアを概観する. 幅広いトピックを入門的に扱っている大部の書である. 完読を目指すというよりは, 幾何学的特異摂動論やblowup methodなど基本的な解析手法を身につけながら, より深く研究したい興味のあるトピックを見つける手掛かりとする.

【26】 P. De Maesschalck, F. Dumortier, R. Roussarie, *Canard Cycles: From Birth to Transition*. Springer, 2021

https://kuline.kulib.kyoto-u.ac.jp/opac/opac_link/bibid/EB08260151

(e-bookあり)

複数の時間スケールをもつ力学系の中でも, 特に2次元ベクトル場におけるcanard cycleの解析に焦点をあて, 基本的なテクニックから未解決問題まで紹介している. Canard cycleとは, ベクトル場の特異摂動理論において現れる閉曲線であり, そこから周期軌道が分岐する. この周期軌道には早い変化と遅い変化が混在しており, 遅い変化は特異極限における吸引的な部分多様体と反発的なその両方の近くを辿りうる. 反発的な部分多様体の近くを辿るというのは予想外の振る舞いだらう. その軌道がカモのような形を描くことと, 一見嘘のような振る舞いであることからcanardと呼ばれている.

【27】 C. Kuehn, *PDE Dynamics: An Introduction*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2019

https://kuline.kulib.kyoto-u.ac.jp/opac/opac_link/bibid/BB07291011

(e-bookなし)

偏微分方程式に対して, その解がどのような時空間パターンの発展を与えるのかを解き明かし, 現象を理解したい. 本書では, 力学系理論を偏微分方程式に応用すること, 逆に偏微分方程式論が力学系理論に与えた影響など, 偏微分方程式論と力学系理論とのinteractionを概観し, 基本的なアイデアと方法を学べる. 様々なトピックが4~7ページからなる短い章に分けられ, コンパクトにまとめられている.

【28】 M. T. Nakao, M. Plum, Y. Watanabe, Numerical Verification Methods and Computer-Assisted Proofs for Partial Differential Equations. Springer, 2019

https://kuline.kulib.kyoto-u.ac.jp/opac/opac_link/bibid/EB07322608

(e-bookあり)

偏微分方程式に対する精度保証付き数値計算についての専門書である。不動点定理の成立条件を計算機で検証し、数値解の近傍に真の解が存在することを証明する。偏微分方程式の場合、無限次元空間に属する真の解を有限次元部分空間に属する数値解で近似するため、有限次元と無限次元とを結ぶ構成的誤差評価が決定的な役割を果たす。計算機で検証可能な十分条件を与えることに加え、真の解をより精度良く包含できることが重要である。つまり、計算機で実行したときに実際にうまく機能することが求められる。本書のPart Iを中尾と渡部、Part IIをPlumが執筆しており、それぞれアプローチが異なる。グループセミナーでは、数値解析の延長として位置付けられ計算アルゴリズムが豊富に紹介されているPart Iを読みたい。本書を選択する場合、「数学研究のためのソフトウェア演習」を履修してMATLABに習熟することを強く薦める。

計算機科学

担当教員 : **西村 進**

計算機科学に関する基礎的素養を補うため、下記のようなテキストからトピックを選んでセミナーを行います。

【29】 Dexter Kozen, “Automata and Computability”, Springer

内容: オートマトン・形式言語理論・計算可能性

【30】 高橋正子「計算論 計算可能性とラムダ計算」近代科学社

【31】 五十嵐淳「プログラミング言語の基礎概念」サイエンス社

引き続き、並行分散計算の理論について、以下のようなテキストを用いてセミナーを行います。

【32】 Maurice Herlihy, Dmitry Kozlov, Sergio Rajsbaum, “Distributed Computing through Combinatorial Topology” Morgan Kaufmann

また、最低限のプログラミング・スキルを身に付けてもらうため、これらと並行してプログラミング演習を行う予定です。

保険数学

担当教員 : 浅野 淳、辻 芳彦、
中村 吉男、柳戸 裕二、山内 宗幸

日本アクチュアリー会から派遣される5名の教員が各々1つのグループ・セミナーを実施します(保険数学ゼミ生は全てのグループ・セミナーに参加)。開講当初は以下のテキストを使用しますが、進捗状況に応じてその他の文献やテキストを併用します。研究室で複数所有するテキストもあり(貸出可)、詳しくは入学後のガイダンスで説明します。

【33】 下和田 功「はじめて学ぶリスクと保険」(有斐閣)

保険全般にかかる入門書。保険数学を学ぶ前に保険の全体像に関して体系的に幅広く知識を習得する。

【34】 日本アクチュアリー会 「年金数理」

年金数理の基本原則、財政方式等について日本アクチュアリー会のテキストを使って習得する。

【35】 日本アクチュアリー会 「モデリング」

統計ソフトRを活用し、回帰分析、時系列解析、確率過程などの保険・ファイナンスにかかわるモデリングの基礎知識と手法を習得する。

【36】 Alexander J. McNeil et. (著)、塚原英敦(訳)「定量的リスク管理 -基礎概念数理技法-」(共立出版)

定量的リスク管理における理論的概念とモデリング技法を包括的に扱っているテキスト。市場リスク、信用リスク、オペレーショナルリスクのモデリング手法を取り上げ、その方法論は数理ファイナンスから統計学、そして計量経済学や保険数学といった様々な定量的研究分野に及ぶ。セミナーにおいては関連する章を適宜参照使用する。

**【37】 Clare Bellis, Richard Lyon, Stuart Klugman and John Shepherd
「Understanding Actuarial Management」(the Society of Actuaries and
the Institute of Actuaries of Australia)**

オーストラリアアクチュアリー会と米国アクチュアリー会が共同作成したアクチュアリー実務の教科書。アクチュアリー的基本的な考え方であるコントロールサイクルを勉強する。