

令和 6 年度グループセミナーテキストとその説明

令和 6 年度修士課程新入生のグループセミナーのテキストは以下の通りです。

代数学

担当教員 : 加藤 周

- 【1】** Olivier Schiffmann, Lectures on Hall algebras & Lectures on canonical and crystal bases of Hall algebras
(<https://arxiv.org/pdf/math/0611617.pdf>,
<https://arxiv.org/pdf/0910.4460.pdf>)
In: Geometric methods in representation theory. II.
Expanded lecture notes from the Summer School held in Grenoble,
June 16–July 4, 2008. Edited by M. Brion
Sémin. Congr., 24-II[Seminars and Congresses]
Société Mathématique de France, Paris, 2012. xviii+458 pp.
ISBN:978-2-85629-361-4

Hall 代数と呼ばれる、アーベル圏に対して代数を構成するレシピの解説。このような構成から量子群と呼ばれる代数系が出てくるし、適切な変種を考えることでその表現を構成することもできる。逆にあるクラスの量子群はこのような出てくるものとも思うことも自然である。予備知識はホモロジー代数だが、半単純リー代数の構造理論、および基礎的な代数幾何学も並行して自習することが好ましい。

- 【2】** Dubravka Ban
p-adic Banach space representations, Lecture Notes in Mathematics
2325, Springer Cham 2022 ISBN: 978-3-031-22683-0

p 進代数群の表現論に関する本。位相群の表現論では通常表現のなすベクトル空間自体にも位相が入るが、古典的には p-進代数群の表現論ではこのベクトル空間の位相が離散位相に取られていた。このあたりについて数論の要請もありちょっといじった表現論を考えるということが書かれている。予備知識としては p-進体の基本的性質および学部レベルの可換環論が必要。また、有限群論についても少しは知っていて欲しい。簡約代数群の構造の話は復習に留まるのでできれば並行して自習することが望ましい。

- 【3】** Michalek, Mateusz, and Bernd Sturmfels
Invitation to Nonlinear algebra, Graduate Studies in Mathematics
211, American Mathematical Society 2021 ISBN: 978-1-4704-6551-3
Nonlinear Algebra and Applications,
<https://arxiv.org/pdf/2103.16300.pdf>

可換環論は線形代数の親戚ということもでき、代数幾何は可換環論の貼り合わせとも考えられる。この貼り合わせの結果として代数幾何学の一面は「非線形代数」ということもできるが、同時に同様に定義される別の形で「非線形」な代数とも繋がりを持ち色々と興味深い世界を形作っているというような話書かれている。予備知識は学部レベルの可換環論および微分幾何、位相幾何。

担当教員：市野 篤史

セミナーでは保型形式に関して輪読を行います。以下の[1], [2]からテキストを選ぶ予定ですが、基礎知識に不安がある場合は[3]の第7章から読み始めることも可能です。

【4】 跡部発「 $\mathbb{Z}[SL_2(\mathbb{R})]$ 上の保型形式と表現論（仮）」

近日発売予定のテキストになります。今日では保型形式を記述するために表現論を使うことが多いのですが、このテキストはその入門書となります。つまり保型形式全体のベクトル空間に群が作用している状態を考え、その作用をどのように記述するかを基本的な例に基づいて学んでいきます。必要となる表現論はテキストで説明されているため、予備知識は必要ありません。また数論において重要な役割を果たす保型形式の L 関数についても扱われています。

【5】 Bringmann, Folsom, Ono, Rolin "Harmonic Maass Forms and Mock Modular Forms"

テータ関数とよばれる保型形式がありますが、ラマヌジャンはそれに似ているが保型性をみたさないモックテータ関数とよばれる対象を発見しました。これは様々な応用を持ち、最近では調和 Maass 形式とよばれる保型形式との関係も明らかになってきました。このテキストはこの比較的新しい分野の入門書です。一般論を第1部・第2部で学んだ後、興味に応じて第3部で紹介されている応用やその原論文を読んでいく予定です。

【6】 セール「数論講義」

数論の入門的な教科書で、第1部「代数的方法」と第2部「解析的方法」に分かれています。第1部では p 進数から始まって二次形式論が論じられており、第2部では算術級数定理と保型形式について説明されています。非常によい教科書ですが、保型形式についてもよくまとまっており、ここで必要最低限の知識を身につけることができます。

担当教員 : 平賀 郁

テキストを1つセミナーで講読します。
候補として考えているものは、以下のテキストです。

- 【7】 G. Shimura, "Arithmetic of Quadratic Forms", Springer
前半は代数的整数論について、後半は2次形式について書かれているテキスト。
- 【8】 J. H. Silverman J. T. Tate, Rational Points on Elliptic Curves, Springer
楕円曲線の有理点について書かれている。入門書。
- 【9】 L. C. Washington, Elliptic curves Number theory and Cryptography 2nd Edition, Chapman and Hall/CRC
楕円曲線について書かれている。有理点以外にも pairing や complex multiplication 等も扱われている。また、暗号への応用についても書かれている。

担当教員 : 川口 周

以下の2つのテキストを候補として挙げる。どちらか1冊を選んで読みたい(どちらかというと

[Maclagan-Sturmfels] を読みたいが、まとまれば [Zannier] を読むのもよい)。なお、受講者の興味の方向が違って、どちらか1冊を選べないときは、代数幾何の教科書を前期から後期の初め頃まで読んで、その後に受講者の興味の方向に応じて、他の本を選ぶことも考えられる。

- 【10】 D. Maclagan, B. Sturmfels, "Introduction to tropical geometry", Grad. Stud. Math., American Mathematical Society, 2015.
トロピカル幾何学は比較的新しい分野で、代数幾何学と組合せ論の接点にあり、数学のさまざまな分野と関わっている。代数幾何学では多項式と代数多様体を考えるが、トロピカル代数幾何学ではそれらの「組合せ的な影」である区分的線形関数とトロピカル多様体(いくつかの多面体を組み合わせたような対象)を考える。この本は、トロピカル幾何学の基礎を学べる良書である。最近、邦訳も出版されている。この本をある程度読んだ後は、興味の方向に応じて論文を読んでいくことになると思う。
- 【11】 U. Zannier, "Lecture notes on Diophantine analysis", With an appendix by Francesco Amoroso, Edizioni della Normale, Pisa, 2009.
ディオファントス幾何とは代数体上に定義された代数多様体の有理点を研究する分野である。著者の Zannier は、この分野の第一級の研究者で、Pila-Zannier 戦略という数理論理学の順序極小理論をディオファントス

幾何の研究に持ち込んだことでも知られる。本書は、著者の 2006/2007 年にピサ高等師範学校での講義に基づいたディオファントス幾何の入門書である。ディオファントス近似、高さの理論や、単数方程式などが扱われている。

幾何学

担当教員 : 藤原 耕二

【12】 Topics in Geometric Group Theory.

P. de la Harpe. Chicago Lectures in Mathematics.

幾何学的群論のいろいろな話題についてのレクチャーノート。例や問題が豊富だが、やや組み合わせ群論に偏っている。

【13】 Office Hours with a Geometric Group Theorist.

Edit. by M. Clay and D. Margalit. Princeton University Press.

幾何学的群論の多くのトピックについてのサーベイ的な本。

各章独立した話題を扱っているが、本格的に学ぶには他の文献を読む必要がある。

担当教員 : 高村 茂

【14】 D. Kozlov 著,

Combinatorial Algebraic Topology,
Springer

組み合わせ的代数トポロジーの標準的なテキスト。

後半は、代数トポロジーの幾何的組み合わせ論などへの応用で、組み合わせ的な題材がたくさん扱われている。

とくにポセットへの応用や、モース理論の「デジタル化」である離散モース理論の解説も含む。

【15】 V. Nanda 著,

Computational algebraic topology

<https://people.maths.ox.ac.uk/nanda/cat/TDANotes.pdf>

代数トポロジーを実地に応用するとき、パーシスタント・ホモロジーが活躍する。

このレクチャーノートは、前半に代数トポロジーの標準的な事柄の説明をした後、後半はパーシスタント・ホモロジーや層理論の解説。

- 【16】 M. Lesnick 著,
Notes on Multiparameter Persistence
https://www.albany.edu/~ML644186/840_2022/Math840_Notes_22.pdf
パーシスタント・ホモロジーに関する標準的な内容を網羅しており、理論面もしっかり書いてある。
また、このレクチャーノートでは、最初に動機づけが詳しく述べられている。

解析学

担当教員 : 清水 扇丈

以下の3つのテキストを候補とします。受講者との相談によって他のテキストを選ぶことも可能です。

- 【17】 Haim Brezis,
“Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations”,
Universitext, Springer, 1983
関数解析の基礎的な内容を読みやすく書かれた本。前半には既に学部で学んだ内容も含まれているが、証明をつけて再確認する意味でも適している。後半では楕円型境界値問題を中心とした偏微分方程式への応用について述べられている。
- 【18】 J. Bergh and J. Lofstrom,
“Interpolation Spaces”,
Grundlehren 223, Springer, 1976
偏微分方程式の解の存在や一意性はそれぞれの方程式に応じ Lebesgue 空間や Besov 空間等で扱われるが、それらの補間、埋め込み、トレースなどが端的に解説されている。要領よくまとめられている反面、行間を埋めるのに時間がかかる。
- 【19】 R. Denk, M. Hieber and J. Pruss,
“R-boundedness, Fourier multipliers and problems of elliptic and parabolic type”,
Memoirs of AMS, Vol. 166, No. 788, 2003
最大正則性について R-有界性とフーリエマルチプライヤーの観点から解説された良書。
後半では楕円型および放物型境界値問題への応用が H-無限演算を用いて述べられているが、1年間で読むには難しいかもしれない。

担当教員 : 楠岡 誠一郎

修士のグループセミナーでのテキストは、配属学生の興味や学習状況に応じて決める。以下にテキストの例を挙げる。

- 【20】Giuseppe Prato 著, An Introduction to Infinite-Dimensional Analysis, Springer, 2006.**

このテキストは、確率偏微分方程式によって定まる無限次元空間上のランダムな時間発展に関する入門書である。このテキストを用いる場合は、その後具体的な確率偏微分方程式の話題に進むことになる。

- 【21】Zhi-Ming Ma, Michael Röckner 著, Introduction to the Theory of (Non-Symmetric) Dirichlet Forms, Springer-Verlag, 1992.**

このテキストは、ディリクレ形式と呼ばれる対称マルコフ過程の解析手法を、無限次元空間や非対称なものへ適用することを目標に書かれた入門書である。このテキストを用いる場合は、その後具体的な応用を学ぶことになる。

- 【22】Avner Friedman 著, Stochastic differential equations and applications, New York : Academic Press, 1975-1976.**

このテキストは、確率微分方程式について偏微分方程式との関係を中心に書かれた入門書である。このテキストを用いる場合は、その後具体的な確率微分方程式の話題に進むことになる。

担当教員 : 筒井 容平

例として以下のようなテキストを挙げますが、学生の興味に応じて、テキストや論文を決めたいと思います。

- 【23】J. Duoandikoetxea,**
「Fourier Analysis」
Graduate Studies in Mathematics, 29, 2001.

--- 世界的に広く用いられる比較的優しい Fourier 解析のテキストです。
早い段階で、より専門性の高いテキストや論文に移ることを期待します。

- 【24】T.H. Wolff,**
「Lectures on Harmonic Analysis」,
Univ. Lecture Ser., 29

American Mathematical Society, Providence, RI, 2003. x+137 pp.

--- Fourier 変換や超関数論から始まり、Kakeya 予想とその周辺の問題の解説が目標となっている講義録です。Fourier 制限予想と Kakeya 予想の関連などが書かれています。

- 【25】 P. Mattila,
「Fourier Analysis and Hausdorff Dimension」,
Cambridge Stud. Adv. Math., 150
Cambridge University Press, Cambridge, 2015. xiv+440 pp
--- 豊富な話題を扱っており、研究の種を見つけるには良い本だと思います。「解析学 I, II」の内容を習得していることが望めます。
Fractal measures, incident geometry, Kakeya 予想, 分散型方程式
などと Fourier 解析との関連が書かれています。
- 【26】 J. Kinnunen, J. Lehrback and A. Vahakangas,
「Maximal function methods for Sobolev spaces」,
Math. Surveys Monogr., 257
American Mathematical Society, Providence, RI, [2021], ©2021.
xii+338 pp.
--- 実解析学では, Hardy-Littlewood の極大函数というものがあります。
それは、様々な作用素を解析する上で非常に有益なものです。
この本では、その極大函数が、函数の滑らかさを測る道具として用いられます。

応用数学

担当教員 : 坂上 貴之

- 【27】 H. K. Moffatt, Some topological aspects of fluid dynamics, Journal of Fluid Mechanics, vol 914 doi:10.1017/jfm.2020.230
- 【28】 A. J. Majda, Vorticity and incompressible flows, Cambridge Univ. Press
- 【29】 J. Bedrossian and V. Vicol, The Mathematical Analysis of the incompressible Euler and Navier-Stokes equations, an introduction, Graduate Studies in Mathematics 225, AMS
- 【30】 岡本久 ナヴィエーストークス方程式の数理 東京大学出版会

説明

位相流体力学が本グループセミナーのテーマである。そのため Journal of Fluid Mechanics のサーベイ論文[1]を軸にこの分野の研究の動向を俯瞰しながら、受講者の興味あるテーマを[2][3][4]などの専門書や関連論文を読みながら深く理解するセミナーを行う。流体力学の前提知識は前提とせず必要に応じて適宜セミナーで学ぶ。計算機演習もテーマの必要性に応じて行う予定である。

保険数学

担当教員：浅野 淳、辻 芳彦、
中村 吉男、柳戸 裕二、山内 宗幸

日本アクチュアリー会から派遣される5名の教員が各々1つのグループ・セミナーを実施します（保険数学ゼミ生は全てのグループ・セミナーに参加）。開講当初は以下のテキストを使用しますが、進捗状況に応じてその他の文献やテキストを併用します。研究室で複数所有するテキストもあり（貸出可）、詳しくは入学後のガイダンスで説明します。

【31】 下和田 功「はじめて学ぶリスクと保険」（有斐閣）

保険全般にかかる入門書。保険数学を学ぶ前に保険の全体像に関して体系的に幅広く知識を習得する。

【32】 日本アクチュアリー会 「年金数理」

年金数理の基本原則、財政方式等について日本アクチュアリー会のテキストを使って習得する。

【33】 日本アクチュアリー会 「モデリング」

統計ソフトRを活用し、回帰分析、時系列解析、確率過程などの保険・ファイナンスにかかわるモデリングの基礎知識と手法を習得する。

【34】 Alexander J. McNeil et. (著)、塚原英敦(訳)「定量的リスク管理 -基礎概念数理技法-」(共立出版)

定量的リスク管理における理論的概念とモデリング技法を包括的に扱っているテキスト。市場リスク、信用リスク、オペレーショナルリスクのモデリング手法を取り上げ、その方法論は数理ファイナンスから統計学、そして計量経済学や保険数学といった様々な定量的研究分野に及ぶ。セミナーにおいては関連する章を適宜参照使用する。

**【35】 Clare Bellis, Richard Lyon, Stuart Klugman and John Shepherd
「Understanding Actuarial Management」(the Society of Actuaries and the Institute of Actuaries of Australia)**

オーストラリアアクチュアリー会と米国アクチュアリー会が共同作成したアクチュアリー実務の教科書。アクチュアリー的基本的な考え方であるコンロールサイクルを勉強する。