『確率で考える生命保険数学入門』正誤表

平成 28 年 4 月更新

該当箇所	内容
p.15 (1.7.4)式	正） $n\cdot(1+i)$ 誤） $n\cdot(1+i)(I\ddot{s})_{\overline{n}\rceil}$
p.53 (3.4.4)式	正） $\sum_{k=1}^{\infty}$ 誤） $\sum_{k=0}^{\infty}$
p.110 (7.5.8)式	正）≦0.05 誤）＝0.05
p.110 15 行目 と 16〜17 行目	正） $\dfrac{0.002578\cdot\sqrt{n}}{0.154797} \geqq u(0.05)=1.645$ 誤） $\dfrac{0.002578\cdot\sqrt{n}}{0.154797} = u(0.05)=1.645$ （16〜17 行目の「＝」を「≧」に変更）
p.113 問題 7.3	正） $\overline{P}\left(\overline{A}_x\right)$ 誤） $\overline{P}_x$ （2 箇所）
p.119(8.1.4)式	正） $v^{K_x-t}-P_x\cdot\ddot{a}_{\overline{K_x-t}\rceil}$ $K_x>t$のとき 誤） $Z_{x+t}-P_x\cdot\ddot{Y}_{x+t}$ $K_x>t$のとき
p.126 11 行目	正）よって、$K_x>t$ のとき、 誤）よって
p.138 17 行目	正） $\sigma({}^iZ_{30})$ 誤） $\sigma({}_0^iZ_{30})$
p.140 11 行目 〜 表内数値	養老保険の VaR95%の t=1 の数値 正） 87.82 誤） 87.81 t=3 の数値 正）269.27 誤）269.26 t=5 の数値 正）461.99 誤）462.00 定期保険の VaR95%の t=6 の数値 正） 4.15 誤） 4.16

該当箇所	内容
p.157 11 行目	正） $v^{K_{\overline{xy}}-t}$ 誤） $v^{K_{\overline{xy}}}$
p.157 12 行目	正） v^{K_x-t} 誤） v^{K_x}
p.157 13 行目	正） v^{K_y-t} 誤） v^{K_y}
p.164 4 行目 と 6 行目	正） $(s+1)\cdot v^{s+1}\cdot{}_sp_{xy}$ 誤） $(s+1)\cdot v^{s+1}\cdot{}_tp_{xy}$
p.165 14 行目	正）生存以外にも 誤）生存や満期以外にも
p.168 16 行目	正） $\dfrac{1}{{}_tp_x^{(\tau)}}\cdot\dfrac{d\,{}_tq_x^{(\tau)}}{dt}$ 誤） $\dfrac{1}{{}_tp_x^{(\tau)}}\cdot\dfrac{d\,{}_tp_x^{(\tau)}}{dt}$
p.174 7 行目 (10.4.16)式の前	正）同様に $K_x>t$ のとき、 誤）同様に
p.184 15 行目 と 17 行目	正） ${}_0V^{[hz]}$ 誤） ${}_0V^{[hZ]}$
p.192 23 行目	正）(8.2.14)によれば 誤）(8.2.15)によれば
p.202 21 行目	正）(3) $c'=c^k$ （k：定数） 誤）(3) $c'=kc$ （k：定数）
p.212 脚注 5 (12.4.3)式	正） $K_x>t$ 誤） $T_x>t$
p.230 5 行目	正） $A(x+t)$ 誤）推移行列 $A(x+t)$
p.234 16 行目	正）同様に $P_{21}(x,x+t)$ も 誤）同様に $P_{11}(x,x+t), P_{21}(x,x+t)$ も
p.244 6 行目	正） $q_x^{(i)}$ 誤） ω_x （p.244~246 の ω を全て $q^{(i)}$ の表記に変更しました）
p.253 問題 1.4	正） $v^8=0.75941$ 誤） $v^8=0.78941$
p.254 問題 3.5	正） $\exp\{-\int_0^{10}k(35+t)dt\}$ 誤） $\exp(-\int_0^{10}k(30+t)dt)$

正誤表（続き）

該当箇所	内　容
p.254 問題 3.10	正）0.92317487　　誤）0.923474871
p.256 問題 5.11	正）$e^{-(\delta+\mu)(k-1)}$　　誤）$e^{(-\delta+\mu)(k-1)}$
p.256 問題 5.12	正）$(\overline{IA})_x$　　誤）$(\overline{IA})\,x$
p.258 問題 7.3	正）$\overline{P}(\overline{A}_x)$　　誤）$\overline{P}_x$　（14 箇所）
p.259 問題 7.8	正）$\mathrm{Var}(\overline{L})$　　誤）$\mathrm{Var}(L)$
p.260 問題 8.1	正）$\mathrm{Var}({}_1L^1_{x:\overline{3}\rceil} \mid K_x > 1)$　誤）$\mathrm{Var}[({}_1L^1_{x:\overline{3}\rceil})^2 \mid K_x > 1]$
p.263 問題 9.7	正）すべて同じ．　誤）すべて同じ（E）．
p.263 問題 9.9	正）$q^1_{x+s,y+s}$　　誤）$q^1_{x+s:\overline{y+s}\rceil}$　（8 箇所） 正）$q^1_{x+t+s,y+t+s}$　　誤）$q^1_{x+t+s:\overline{y+t+s}\rceil}$　（4 箇所）
p.264 問題 11.2	正）$0.003\,\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$　　誤）$0.0003\,\ddot{a}_{x:\overline{n}\rceil}$

（参考）[改訂増補版]

『アクチュアリーのための生命保険数学入門』について

同書（平成 26 年 7 月 25 日発刊）は基本的に『確率で考える生命保険数学入門』の内容を踏襲しているが、新たに以下の内容を書き加えた。章末問題に追加した EXCEL 等での計算を前提とした問題については、対応する EXCEL ワークシートを京都大学数学教室アクチュアリーサイエンス部門のＨＰ上に掲載しているので、適宜利用してほしい。

（https://www.math.kyoto-u.ac.jp/actuary/ ）

（主な改訂箇所）

○13 章多重状態モデルの例題の追加　　別紙１参照

○計算基数の説明　　別紙２参照

○章末問題、略解の追加　　別紙３参照

（注）正誤表、別紙１～３記載以外の箇所についても、読者の読み易さを考慮して、部分的な加筆、字句修正を行なっています。

別紙１

「１３．３．１　多重状態モデルⅠ（復帰のないモデル）」の最後に例題２を追加しました。

例題２　上述のモデルで、μ_{12}＝0.03、μ_{13}＝μ_{23}＝0.025（定数）とするとき、現在就業状態にある人が、(1)10 年間就業状態にいる確率、(2)10 年以内に就業不能状態になり 10 年後まで生存する確率、(3)10 年以内に死亡する確率を求めよ。

解 (1) $P_{11}(x,x+t)=\exp\{-\int_0^t(0.03+0.025)du\}=\exp(-0.055t)$ より、

$$P_{\underline{11}}(x,x+10)=P_{11}(x,x+10)=\exp(-0.55)=0.5769$$

(2) $P_{12}(x,x+t)=\int_0^t P_{11}(x,x+u)\mu_{12}P_{22}(x+u,x+t)du$

$P_{22}(x+u,x+t)=\exp\int_0^{t-u}(-0.025)ds=\exp\{-0.025(t-u)\}$ より、

$$P_{12}(x,x+t)=\int_0^t\exp(-0.055u)\times0.03\times\exp\{-0.025(t-u)\}du$$

$$=0.03\exp(-0.025t)\int_0^t\exp(-0.03u)du$$

$$=\exp(-0.025t)\times\{1-\exp(-0.03t)\}$$

よって、$P_{12}(x,x+10)=\exp(-0.25)\times\{1-\exp(-0.3)\}=0.2019$

(3) $P_{13}(x,x+10)=1-P_{11}(x,x+10)-P_{12}(x,x+10)=0.2212$

「１３．３．３　マルコフ過程の応用」の節を新たに追加しました。

１３．３．３　マルコフ過程の応用

マルコフ性を満たす多重状態モデルにおいて、１期間の推移確率が分かっている場合、推移確率の行列計算を行うことにより、多期間の推移確率を容易に求めることができる。今、推移行列 $P(x,x+1)$ は (i,j) 成分に $P_{ij}(x,x+1)$ を持つことから、チャップマン・コルモゴロフの等式を順次適用することにより、

$$P(x,x+t)=P(x,x+1)\cdot P(x+1,x+2)\cdot\cdots\cdot P(x+t-1,x+t)$$

と表される。推移確率が定常のとき、すなわち、時刻によって変わらないときは、$P(x,x+t)=P(x,x+1)^t$ となる。このとき、$P(x,x+t)$ の (i,j) 成分は、期初に状態 i にいて、t 期間後に状態 j にいる確率を表す。

例題３　保険期間３年の就業不能保険（復帰のあるモデル）を考える。
推移行列が、

$$P(x,x+1)=\begin{pmatrix}0.85&0.1&0.05\\0.2&0.7&0.1\\0&0&1\end{pmatrix}、P(x+1,x+2)=\begin{pmatrix}0.8&0.15&0.05\\0.15&0.75&0.1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$P(x+2,x+3)=\begin{pmatrix}0.75&0.2&0.05\\0.1&0.75&0.15\\0&0&1\end{pmatrix}$$

で与えられるとき、就業状態で加入した人が、
(1) ３年後に就業状態、就業不能状態、死亡している確率を各々求めよ。
(2) ３年間一度も就業不能状態にならずに生存している確率を求めよ。
(3) ３年以内に就業不能状態になる確率を求めよ。

また、現在就業不能状態にある人が、

(4) 3年以内に死亡する確率を求めよ。

ただし、同一年度中に複数の推移は生じないものとする。

解(1) $P(x,x+3)=P(x,x+1)P(x+1,x+2)P(x+2,x+3)$

$$=\begin{pmatrix}0.85 & 0.1 & 0.05\\ 0.2 & 0.7 & 0.1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.8 & 0.15 & 0.05\\ 0.15 & 0.75 & 0.1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.75 & 0.2 & 0.05\\ 0.1 & 0.75 & 0.15\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}0.5415 & 0.2909 & 0.1676\\ 0.2543 & 0.4693 & 0.2765\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$P(x,x+3)$ の（1,1）（1,2）（1,3）成分が各々の場合の確率を表すことから、就業状態にある確率５４％、就業不能状態にある確率２９％、死亡している確率１７％。

(2) $P_{\underline{11}}(x,x+3)=P_{\underline{11}}(x,x+1)P_{\underline{11}}(x+1,x+2)P_{\underline{11}}(x+2,x+3)$

$$=0.85\times 0.8\times 0.75=0.51$$

(3) $P_{12}(x,x+1)+P_{\underline{11}}(x,x+1)P_{12}(x+1,x+2)+P_{\underline{11}}(x,x+2)P_{12}(x+2,x+3)$

$$=0.1+0.85\times 0.15+0.85\times 0.8\times 0.2=0.3635$$

（別解）就業不能状態にならずに死亡する確率を先に求め（0.1265 となる）、(2)の事象との合計を全事象から差し引いて求めることもできる。（1－0.51－0.1265＝0.3635）

(4) $P_{23}(x,x+3)=0.2765$

「１３．４．１　就業不能年金（disability　annuity)」の最後に例題４、例題５を追加しました。

例題４　例題２と同じモデルで、保険期間 10 年の就業不能保険を考える。各年度の年末に就業不能状態にあるとき 100 を支払い、死亡時に 1000 を即時に支払う保険の年払純保険料を求めよ。ただし、利力を３％とし、保険料は各年度の年始に就業状態にあるときに支払うものとする。

解 ${}_tp_x^{aa}=\exp(-0.055t)$, ${}_tp_x^{ai}=\exp(-0.025t)\{1-\exp(-0.03t)\}$ より、

保険料収入現価は $P\ddot{a}_{x:\overline{10}|}^{aa}=P\sum_{k=0}^{9}v^k\,{}_kp_x^{aa}=P\sum_{k=0}^{9}e^{-0.03k-0.055k}=7.026643P$

就業不能時給付の支出現価は

$$100\times a_{x:\overline{10}|}^{ai}=100\times\sum_{k=1}^{10}v^k\,{}_kp_x^{ai}=100\times\sum_{k=1}^{10}\left(e^{-0.055k}-e^{-0.085k}\right)=102.8178$$

死亡保険金支出現価は、

$$1000\times\bar{A}^{ad}{}_{x:\overline{10}|}^{\;1}=1000\times\int_0^{10}e^{-0.03t}\left({}_tp_x^{aa}\cdot\mu_{x+t}^{ad}+{}_tp_x^{ai}\cdot\mu_{x+t}^{id}\right)dt$$

$$=25\times\int_0^{10}e^{-0.03t}\left(e^{-0.055t}+e^{-0.025t}-e^{-0.055t}\right)dt$$

$$=25\times\int_0^{10}e^{-0.055t}dt=192.2955$$

収支相等の原則より、$7.026643P=102.8178+192.2955$

よって、$P=41.999$

例題５．例題３において各年度の年末に就業不能状態にあるとき給付金 100 を支払い、死亡時に保険金 1000 を即時に支払う保険の年払純保険料を求めよ。ただし、死亡は年間を通して一様に発生するとし、$i=3\%$とする。

解　$a^{ai}_{x:\overline{3}|}=\sum_{k=1}^{3}v^k{}_kp^{ai}_x=0.1v+0.2025v^2+0.29088v^3=0.55415$

$$\bar{A}^{ad}{}^{\,1}_{x:\overline{3}|}=\frac{i}{\delta}A^{ad}{}^{\,1}_{x:\overline{3}|}=\frac{i}{\delta}\cdot\sum_{k=1}^{3}v^k\left({}_{k-1}p^{aa}_x\cdot q^{ad}_{x+k-1}+{}_{k-1}p^{ai}_x\cdot q^{id}_{x+k-1}\right)$$

$$=\frac{0.03}{\log(1.03)}\{0.05v+(0.85\times0.05+0.1\times0.1)v^2$$

$$+(0.695\times0.05+0.2025\times0.15)v^3\}$$

$$=0.15998$$

$$\ddot{a}^{aa}_{x:\overline{3}|}=\sum_{k=0}^{2}v^k{}_kp^{aa}_x=1+0.85v+0.695v^2=2.48035$$

$P\ddot{a}^{aa}_{x:\overline{3}|}=100\times a^{ai}_{x:\overline{3}|}+1000\times\bar{A}^{ad}{}^{\,1}_{x:\overline{3}|}$ より

$$P=(55.415+159.98)/2.48035=86.84$$

（別解）死亡が年央に発生するとして、$\bar{A}^{ad}{}^{\,1}_{x:\overline{3}|}$を

$\sum_{k=1}^{3}v^{k-\frac{1}{2}}\left({}_{k-1}p^{aa}_x\cdot q^{ad}_{x+k-1}+{}_{k-1}p^{ai}_x\cdot q^{id}_{x+k-1}\right)$で近似してもほぼ同じ結果が得られる。

巻末に（参考）として計算基数を追加しました。

（参考）計算基数

計算機器が現代ほど発達していなかった時代において、保険料や責任準備金を計算する際に、より迅速かつ正確に計算結果を出せるよう、「計算基数」と呼ばれる数値表をあらかじめ作成することで計算作業の効率化が図られていた。

現在では計算基数がなくともコンピュータによって保険料等を即時に計算できる環境にあるものの、日本の生命保険会社の多くが依然として（参考.４）や（参考.５）のように保険料等の計算方法の記述に計算基数を用いている。

ここでは代表的な計算基数の定義およびその利用方法について概説する。

まず、計算基数D_x、C_x、N_x、M_x、S_xおよびR_xを次のとおり定義する：

$$\begin{cases} D_x = v^x \cdot l_x & C_x = v^{x+1} \cdot d_x \\ N_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} D_y & M_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} C_y \\ S_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} N_y & R_x = \sum_{y=x}^{\omega-1} M_y \end{cases} \qquad \text{（参考.１）}$$

このとき、定期保険（保険金年末支払）の一時払純保険料$A^{1}_{x:\overline{n|}}$および有期年金の現価$\ddot{a}_{x:\overline{n|}}$は、(5.1.12) および (6.1.12) より次のとおり表される：

$$A^{1}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=1}^{n} v^k \cdot {}_{k-1}p_x \cdot q_{x+k-1} = \sum_{k=1}^{n} v^k \cdot \frac{l_{x+k-1}}{l_x} \cdot \frac{d_{x+k-1}}{l_{x+k-1}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{v^{x+k} \cdot d_{x+k-1}}{v^x \cdot l_x}$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} C_{x+k-1}}{D_x} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} \qquad \text{（参考.２）}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot {}_{k}p_x = \sum_{k=0}^{n-1} v^k \cdot \frac{l_{x+k}}{l_x} = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{v^{x+k} \cdot l_{x+k}}{v^x \cdot l_x}$$

$$= \frac{\sum_{k=0}^{n-1} D_{x+k}}{D_x} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \qquad \text{（参考.３）}$$

例題 1. 40 歳加入、保険料年払全期払込、保険金年末支払、保険期間 10 年の定期保険の年払純保険料$P^{1}_{40:\overline{10|}}$および 3 年経過後の責任準備金${}_3V^{1}_{40:\overline{10|}}$をそれぞれ計算基数により表し、巻末の例示用計算基数を用いてそれぞれの値を求めよ。

解

$$P^{1}_{40:\overline{10|}} = \frac{A^{1}_{40:\overline{10|}}}{\ddot{a}_{40:\overline{10|}}} = \frac{M_{40} - M_{50}}{N_{40} - N_{50}} \qquad \text{（参考.４）}$$

$$= \frac{9{,}726.24 - 9{,}174.86}{694{,}119.25 - 433{,}082.56} = 0.002112$$

$$
\begin{aligned}
{}_3V^{1}_{40:\overline{10}|} &= A^{1}_{43:\overline{7}|} - P^{1}_{40:\overline{10}|}\cdot \ddot{a}_{43:\overline{7}|}\\
&= \frac{M_{43}-M_{50}}{D_{43}} - \frac{M_{40}-M_{50}}{N_{40}-N_{50}}\cdot\frac{N_{43}-N_{50}}{D_{43}} \qquad (\text{参考}.5)\\
&= \frac{9{,}595.37-9{,}174.86}{27{,}275.15}\\
&\quad -\frac{9{,}726.24-9{,}174.86}{694{,}119.25-433{,}082.56}\cdot\frac{607{,}005.66-433{,}082.56}{27{,}275.15}\\
&= 0.001948
\end{aligned}
$$

例題２．逓増定期保険の一時払純保険料$(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}$を計算基数により表せ。

解　(5.3.5) より、

$$
\begin{aligned}
(IA)^{1}_{x:\overline{n}|} &= \sum_{k=1}^{n} k\cdot v^{k}\cdot {}_{k-1}p_x\cdot q_{x+k-1}\\
&= \sum_{k=1}^{n}\frac{k\cdot C_{x+k-1}}{D_x} = \frac{C_x+2C_{x+1}+\cdots+n\cdot C_{x+n-1}}{D_x}\\
&= \frac{(C_x+\cdots+C_{x+n-1})+(C_{x+1}+\cdots+C_{x+n-1})+\cdots+(C_{x+n-1})}{D_x}\\
&= \frac{(M_x-M_{x+n})+(M_{x+1}-M_{x+n})+\cdots+(M_{x+n-1}-M_{x+n})}{D_x}\\
&= \frac{(M_x+M_{x+1}+\cdots+M_{x+n-1})-n\cdot M_{x+n}}{D_x}\\
&= \frac{R_x-R_{x+n}-n\cdot M_{x+n}}{D_x} \qquad (\text{参考}.6)
\end{aligned}
$$

例題３．(6.1.15) 式の$1 = A_{x:\overline{n}|}+d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$が成り立つことを計算基数を用いて証明せよ。

解　$C_x = v^{x+1}\cdot d_x = v^{x+1}\cdot(l_x-l_{x+1}) = v\cdot D_x - D_{x+1}$ より、$M_x = v\cdot N_x - N_{x+1}$ が成り立つ。

また、(参考．2) と同様に

$$
A_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^{n} v^{k}\cdot{}_{k-1}p_x\cdot q_{x+k-1} + v^{n}\cdot{}_{n}p_x = \frac{M_x-M_{x+n}+D_{x+n}}{D_x} \qquad (\text{参考}.7)
$$

と表されるので、

$$
\begin{aligned}
A_{x:\overline{n}|}+d\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= \frac{M_x-M_{x+n}+D_{x+n}}{D_x}+d\cdot\frac{N_x-N_{x+n}}{D_x}\\
&= \frac{(v\cdot N_x-N_{x+1})-(v\cdot N_{x+n}-N_{x+n+1})+D_{x+n}+(1-v)(N_x-N_{x+n})}{D_x}\\
&= \frac{(N_x-N_{x+1})-(N_{x+n}-N_{x+n+1})+D_{x+n}}{D_x}\\
&= \frac{D_x-D_{x+n}+D_{x+n}}{D_x} = 1
\end{aligned}
$$

同様に、連合生命保険モデルや就業不能保険等でも適切に計算基数を定義することにより保険料等をうまく表すことができる。例えば、

$$
\begin{cases}
l_{xy} = l_x\cdot l_y\\
D_{xy} = v^{\frac{1}{2}(x+y)}\cdot l_{xy}\\
N_{xy} = \displaystyle\sum_{k=0}^{\omega-\max(x,y)-1} D_{x+k,y+k}
\end{cases} \qquad (\text{参考}.8)
$$

と定義した基数を用いると、連生年金の一時払純保険料$\ddot{a}_{xy}$は (9.6.2) より、

$$
\begin{aligned}
\ddot{a}_{xy} &= \sum_{k=0}^{\infty} v^{k}\cdot{}_{k}p_{xy} = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k}\cdot\frac{l_{x+k}}{l_x}\cdot\frac{l_{y+k}}{l_y}\\
&= \sum_{k=0}^{\infty}\frac{v^{\frac{1}{2}(x+k+y+k)}\cdot l_{x+k}\cdot l_{y+k}}{v^{\frac{1}{2}(x+y)}\cdot l_x\cdot l_y} = \frac{N_{xy}}{D_{xy}} \qquad (\text{参考}.9)
\end{aligned}
$$

と表される。

例示用生命表の生存数、死亡数による計算基数（利率は３％）

年齢	D_x	C_x	N_x	M_x
0	100,000.00	289.32	3,057,297.85	10,952.49
1	96,798.06	42.29	2,957,297.85	10,663.17
2	93,936.41	29.18	2,860,499.80	10,620.88
3	91,171.21	19.47	2,766,563.39	10,591.69
4	88,496.27	13.75	2,675,392.18	10,572.22
5	85,904.96	11.68	2,586,895.91	10,558.47
6	83,391.19	11.33	2,500,990.96	10,546.80
7	80,950.99	11.00	2,417,599.76	10,535.46
8	78,582.19	9.92	2,336,648.77	10,524.46
9	76,283.47	8.15	2,258,066.58	10,514.54
10	74,053.48	6.47	2,181,783.11	10,506.40
11	71,890.11	6.28	2,107,729.63	10,499.92
12	69,789.94	6.78	2,035,839.52	10,493.64
13	67,750.45	9.21	1,966,049.58	10,486.87
14	65,767.92	11.49	1,898,299.14	10,477.66
15	63,840.86	14.26	1,832,531.21	10,466.16
16	61,967.16	16.85	1,768,690.35	10,451.91
17	60,145.45	20.44	1,706,723.19	10,435.06
18	58,373.20	24.37	1,646,577.74	10,414.63
19	56,648.64	27.50	1,588,204.54	10,390.26
20	54,971.18	29.89	1,531,555.90	10,362.76
21	53,340.19	31.07	1,476,584.72	10,332.87
22	51,755.52	31.66	1,423,244.53	10,301.80
23	50,216.42	32.18	1,371,489.00	10,270.14
24	48,721.63	31.69	1,321,272.58	10,237.96
25	47,270.86	30.75	1,272,550.95	10,206.27
26	45,863.29	29.83	1,225,280.09	10,175.52
27	44,497.63	29.38	1,179,416.79	10,145.69

年齢	D_x	C_x	N_x	M_x
28	43,172.21	29.34	1,134,919.16	10,116.31
29	41,885.43	29.28	1,091,746.95	10,086.97
30	40,636.18	29.19	1,049,861.52	10,057.69
31	39,423.41	29.09	1,009,225.34	10,028.50
32	38,246.07	29.33	969,801.93	9,999.41
33	37,102.77	30.62	931,555.86	9,970.07
34	35,991.49	32.15	894,453.09	9,939.46
35	34,911.04	33.22	858,461.61	9,907.31
36	33,861.00	34.52	823,550.56	9,874.09
37	32,840.24	36.03	789,689.56	9,839.57
38	31,847.70	37.72	756,849.32	9,803.54
39	30,882.37	39.58	725,001.62	9,765.82
40	29,943.31	41.57	694,119.25	9,726.24
41	29,029.60	43.40	664,175.94	9,684.67
42	28,140.68	45.90	635,146.34	9,641.27
43	27,275.15	48.99	607,005.66	9,595.37
44	26,431.74	52.61	579,730.51	9,546.38
45	25,609.27	56.44	553,298.78	9,493.77
46	24,806.93	60.45	527,689.51	9,437.33
47	24,023.95	63.91	502,882.58	9,376.88
48	23,260.31	67.07	478,858.63	9,312.97
49	22,515.76	71.04	455,598.32	9,245.90
50	21,788.91	75.52	433,082.56	9,174.86
51	21,078.76	80.43	411,293.65	9,099.34
52	20,384.39	86.09	390,214.88	9,018.91
53	19,704.58	91.44	369,830.49	8,932.82
54	19,039.22	96.86	350,125.91	8,841.38
55	18,387.82	103.36	331,086.69	8,744.52

年齢	D_x	C_x	N_x	M_x
56	17,748.89	110.11	312,698.87	8,641.15
57	17,121.82	115.86	294,949.99	8,531.04
58	16,507.26	121.16	277,828.17	8,415.18
59	15,905.31	126.32	261,320.91	8,294.02
60	15,315.73	131.30	245,415.61	8,167.70
61	14,738.34	136.79	230,099.88	8,036.40
62	14,172.27	142.27	215,361.54	7,899.61
63	13,617.22	146.62	201,189.27	7,757.33
64	13,073.98	150.67	187,572.05	7,610.72
65	12,542.52	155.50	174,498.07	7,460.05
66	12,021.70	161.77	161,955.55	7,304.55
67	11,509.78	170.41	149,933.85	7,142.78
68	11,004.14	181.51	138,424.07	6,972.37
69	10,502.11	194.03	127,419.93	6,790.85
70	10,002.19	206.16	116,917.82	6,596.82
71	9,504.70	217.87	106,915.63	6,390.66
72	9,010.00	228.75	97,410.93	6,172.79
73	8,518.82	239.44	88,400.93	5,944.04
74	8,031.26	250.14	79,882.11	5,704.60
75	7,547.20	260.49	71,850.84	5,454.46
76	7,066.89	270.26	64,303.64	5,193.97
77	6,590.81	279.50	57,236.74	4,923.72
78	6,119.34	288.50	50,645.94	4,644.21
79	5,652.61	296.46	44,526.60	4,355.71
80	5,191.51	302.32	38,873.99	4,059.25
81	4,737.98	305.39	33,682.49	3,756.94
82	4,294.59	306.92	28,944.51	3,451.54
83	3,862.59	306.61	24,649.92	3,144.63

年齢	D_x	C_x	N_x	M_x
84	3,443.48	303.59	20,787.33	2,838.02
85	3,039.59	297.11	17,343.85	2,534.43
86	2,653.94	287.66	14,304.27	2,237.31
87	2,288.99	274.70	11,650.32	1,949.66
88	1,947.62	257.96	9,361.34	1,674.96
89	1,632.94	236.79	7,413.72	1,417.00
90	1,348.58	215.42	5,780.78	1,180.21
91	1,093.88	190.86	4,432.20	964.79
92	871.17	165.44	3,338.32	773.93
93	680.36	140.17	2,467.15	608.50
94	520.37	115.96	1,786.79	468.33
95	389.25	93.56	1,266.42	352.37
96	284.35	73.54	877.17	258.80
97	202.53	56.21	592.81	185.27
98	140.42	41.73	390.28	129.05
99	94.60	30.04	249.86	87.32
100	61.80	20.92	155.26	57.28
101	39.08	14.08	93.46	36.36
102	23.87	9.13	54.38	22.28
103	14.04	5.69	30.51	13.16
104	7.94	3.40	16.47	7.46
105	4.31	1.95	8.52	4.06
106	2.23	1.06	4.22	2.11
107	1.10	0.55	1.98	1.04
108	0.52	0.27	0.88	0.49
109	0.23	0.13	0.36	0.22
110	0.10	0.06	0.13	0.09
111	0.04	0.04	0.04	0.04

別紙３

以下の章末問題（Excel 演習問題）を追加しました。

番号	章末問題
問題 5.20	(1)付表の例示用生命表の 40 歳～49 歳の死亡率を用いて、$i=3\%$のときの $A^{1}_{40:\overline{10}\rvert}$ と $\mathrm{Var}(Z^{1}_{40:\overline{10}\rvert})$ を求めよ。$i=5\%$のときはどうなるか。 (2)付表の例示用生命表の 40 歳～49 歳の死亡率を用いて、$i=3\%$のときの $A_{40:\overline{10}\rvert}$ と $\mathrm{Var}(Z_{40:\overline{10}\rvert})$ を求めよ。$i=5\%$のときはどうなるか。
問題 7.17	(1)問題 5.20(1)の定期保険の設例で、 $i=3\%$のときの $P^{1}_{40:\overline{10}\rvert}$ と $\mathrm{Var}(L^{1}_{40:\overline{10}\rvert})$ を求めよ。 (2)被保険者が１万人の保険集団を考え、契約時の保険者損失が 0 より大きくなる確率を５％以内にとどめたい。$i=3\%$のとき、年払保険料をいくらに設定すればよいか。 (3) $i=5\%$のとき、(1)、(2)はどうなるか。
問題 7.18	(1)問題 5.20(2)の養老保険の設例で、 $i=3\%$のときの $P_{40:\overline{10}\rvert}$ と $\mathrm{Var}(L_{40:\overline{10}\rvert})$ を求めよ。 (2)被保険者が１万人の保険集団を考え、契約時の保険者損失が 0 より大きくなる確率を５％以内にとどめたい。$i=3\%$のとき、年払保険料 をいくらに設定すればよいか。 (3) $i=5\%$のとき、(1)、(2)はどうなるか。
問題 8.18	(1) 巻末の例示用生命表の死亡率を用いて、40 歳加入、保険金額 1000、保険期間 10 年、年払の定期保険の責任準備金を計算せよ。 ただし、$i=3\%$とする。 (2)また、各経過年数の保有件数を１万件として、保険者損失の VaR95％を計算せよ。（140 ページの数表と一致することを確認せよ。）

番号	章末問題
問題 8.19	前問と同様に、 (1)養老保険（40 歳加入、保険金額 1000、保険期間 10 年、年払）の責任準備金を計算せよ。 (2)保険者損失の VaR95％を計算せよ。（140 ページの数表と一致することを確認せよ。）
問題 9.10	巻末の例示用生命表に従う(70)と(65)の連合生命を考える。２人のうち最終生存者が死亡したときに年末に保険金 1000 を支払う保険期間 10 年の連生定期保険の年払純保険料と両者とも生存の場合における各年度の責任準備金を計算せよ。ただし、$i=3\%$とする。
問題 9.11	159 ページ例題１の遺児年金の年払純保険料（P）を巻末の例示用生命表を用いて計算せよ。また、５年経過時の（親生存時の）責任準備金を計算せよ。ただし、$i=3\%$とする。
問題 10.13	脱退原因は３つとする。原因１の場合は 2000、原因２の場合は 1000、原因３の場合は 500 を年末に支払う保険期間５年の保険を考える。各脱退率は以下に従うものとして、この保険の年払純保険料と責任準備金を計算せよ。ただし、$i=3\%$とする。

t	$q^{(1)}$	$q^{(2)}$	$q^{(3)}$
0	0.00022	0.0012	0.0033
1	0.00023	0.0014	0.0034
2	0.00024	0.0016	0.0036
3	0.00026	0.0018	0.0038
4	0.00028	0.0021	0.0042

番号	章末問題
問題 11.14	40 歳加入、保険金額 1000、保険期間 10 年の養老保険を考える。死亡率は巻末の例示用生命表に従うとし、予定利率は３％、予定事業費は以下のとおりとする。 ・予定新契約費：新契約時に保険金１に対し 0.03 ・予定集金費：保険料払込みのつど、営業保険料１に対し 0.03 ・予定維持費：毎年始に保険金１に対し 0.002 このとき、 (1) 年払平準営業保険料を求めよ。 (2) 全期チルメル式責任準備金を求めよ。ただし、$\alpha^{z}=0.025$ とする。 (3) 実際の運用利率は３．１％、死亡率は予定死亡率の９割、事業費は予定事業費の９割とする。今、 (a) 平準純保険料式責任準備金を積み立てる場合と、 (b) 全期チルメル式責任準備金を積み立てる場合 で、利益総額と毎年の利益はどう異なるか。 (4) (3)で累計収支と利益総額が一致することを確認せよ。 (5) (3)で求めた利益総額、毎年の利益の利源別損益は各々どのようになるか。 (6) 保険会社が年末に平準純保険料式責任準備金を積み立てることとし、利源分析は全期チルメル式責任準備金で行うこととする。このとき、毎年の利源別損益を求めよ。 (7) 将来の市場環境の悪化に備え、予め年払平準営業保険料を(1)の５％増しで設定した。この水準は、累計収支で見て、利率の低下、死亡率の上昇、事業費の上昇に各々どの程度まで耐えられるか、検証せよ。
問題 13.6	例題５と同じ前提で、保険期間 10 年の年払純保険料を求めよ。ただし、$P(x+k,x+k+1)=P(x+2,x+3) \quad (k\geq 3)$ とする。

番号	章末問題
問題 13.7	３状態の就業不能モデル（復帰のあるモデル）を考える。今、各状態間の推移力が、 $\mu_x^{ai}=0.002$、$\mu_x^{ia}=0.1\mu_x^{ai}$、 $\mu_x^{ad}=0.0006+0.00002\times(1.105)^x$、$\mu_x^{id}=1.2\mu_x^{ad}$ で与えられるとき、次の給付を行う保険期間５年の就業不能保険の純保険料（年額）を求めよ。ただし、$i=3\%$とする。 (1) 各年末に就業不能状態にあるとき　給付額 100 死亡したとき　死亡保険金　1000（即時支払） 保険料年払 (2) 就業不能状態にあるとき　給付年額 100（連続払） 死亡したとき　死亡保険金　1000（即時支払） 保険料連続払 （ヒント）(13.3.2) (13.3.3) (13.3.8)を用いて、微小区間をとり、各推移確率を数値解析的に求めよ。

（略解）

番号	章末問題 略解
問題 5.20	(1) $i=3\%$のとき $A^{1}_{40:\overline{10}\rvert}=0.01841$、$\mathrm{Var}(Z^{1}_{40:\overline{10}\rvert})=0.01513$ $i=5\%$のとき $A^{1}_{40:\overline{10}\rvert}=0.01643$、$\mathrm{Var}(Z^{1}_{40:\overline{10}\rvert})=0.01220$ (2) $i=3\%$のとき $A_{40:\overline{10}\rvert}=0.74609$、$\mathrm{Var}(Z_{40:\overline{10}\rvert})=0.00028$ $i=5\%$のとき $A_{40:\overline{10}\rvert}=0.61679$、$\mathrm{Var}(Z_{40:\overline{10}\rvert})=0.00061$

番号	章末問題 略解
問題 7.17	(1) $P^{1}_{40:\overline{10}\rvert}$=0.00211、Var($L^{1}_{40:\overline{10}\rvert}$)=0.01539 (2) $\pi - P^{1}_{40:\overline{10}\rvert} = \dfrac{1.645\times\dfrac{\sqrt{\mathrm{Var}(\boldsymbol{Z}^{1}_{40:\overline{10}\rvert}-\pi\ddot{\boldsymbol{Y}}_{40:\overline{10}\rvert})}}{100}}{\ddot{a}_{40:\overline{10}\rvert}}$ が成り立つようπを変動して数値解析的に解く、あるいは２次方程式の解を求める。 $\mathrm{Var}(\boldsymbol{Z}^{1}_{40:\overline{10}\rvert})=0.01513$、$\mathrm{Var}(\ddot{\boldsymbol{Y}}_{40:\overline{10}\rvert})=0.33551$ $\mathrm{Cov}(\boldsymbol{Z}^{1}_{40:\overline{10}\rvert},\ddot{\boldsymbol{Y}}_{40:\overline{10}\rvert})=-0.059554$ より、$\pi=0.00235$ (3) $P^{1}_{40:\overline{10}\rvert}=0.00204$、$\mathrm{Var}(L^{1}_{40:\overline{10}\rvert})=0.01240$、$\pi=0.00227$
問題 7.18	(1) $P_{40:\overline{10}\rvert}$=0.08558、$Var(L_{40:\overline{10}\rvert})$=0.00441 (2) $\pi = \dfrac{A_{40:\overline{10}\rvert}+\dfrac{1.645\times\sqrt{Var(\boldsymbol{Z}_{40:\overline{10}\rvert})}}{100}}{\ddot{a}_{40:\overline{10}\rvert}-\dfrac{1.645\times\sqrt{Var(\boldsymbol{Z}_{40:\overline{10}\rvert})}}{100d}}=0.08571$ (3) $P_{40:\overline{10}\rvert}=0.07665$、$Var(L_{40:\overline{10}\rvert})=0.00414$、$\pi=0.07678$
問題 9.10	年払純保険料　5.31 責任準備金（t=1)5.20、(t=2)9.94、(t=3)14.04（以下略）
問題 9.11	年払純保険料　10740 円 責任準備金（親生存時）(t=5)　▲1846 円

（注）問題 8.18、8.19 の略解は省略（本文中の数表を参照）

番号	章末問題 略解
問題 10.13	年払純保険料　3.803 責任準備金　(t=0,5)0、(t=1)0.63、(t=2)1.01、(t=3)1.08、(t=4)0.82
問題 11.14	(1) 93.84 (2) (t=0)　0、(t=1)64.02、(t=2)155.74、(t=3)250.26、以下略 (3)(4) 利益総額 16.20（累計収支に一致する） 毎年の利益 (a) 初年度▲23.58、第 2 年度 3.61、第 3 年度 3.80、以下略 (b) 初年度▲0.78、第 2 年度 1.34、第 3 年度 1.47、以下略 (5)利益総額の利源別内訳 (a) 費差損益 11.94、死差損益 0.88、利差損益 3.39 (b) 費差損益 8.47、死差損益 0.90、利差損益 6.83 初年度利益の利源別内訳 (a) 費差損益▲23.08、死差損益 0.13、利差損益▲0.63 (b) 費差損益▲0.94、死差損益 0.13、利差損益 0.03 (6) 利益総額の利源別内訳は(5)(b)に一致。 初年度利益(▲23.58)の利源別内訳 費差損益▲0.94、死差損益 0.13、利差損益 0.03、 責任準備金関係損益▲22.80 (7) 5%増しの年払営業保険料 98.53。 各年の死亡率上昇 5.8～5.9 倍、利率 2.0～2.1%水準までの低下、事業費 1.5～1.6 倍の増加に耐えられる。
問題 13.6	年払純保険料　166.21
問題 13.7	45 歳加入のとき (1) 年払純保険料 3.437　(2)年あたり保険料 3.406 65 歳加入のとき (1) 年払純保険料 17.74　(2)年あたり保険料 18.09