

# 数学基礎実習学修項目

## 線型代数学、線型代数学続論

内容：ベクトル空間と線型写像、行列と行列式

計量ベクトル空間（随伴写像、対称行列、直交行列、二次形式、エルミート行列、ユニタリ行列、エルミート形式、シルベスターの慣性法則）  
行列の標準化（正規行列、固有ベクトル、固有空間、固有多項式、最小多項式、ジョルダン分解、ジョルダン標準型）

参考書：永田雅宜 線型代数学の基礎 紀伊国屋店  
佐武一郎 線型代数学 裳華房

## 代数入門

内容：群、環、体などの代数系の初歩、より具体的には  
部分群、正規部分群、剰余類と剰余群、準同型、準同型定理、可解群、巾零群  
環と体、環準同型、イデアル、単項イデアル整域、素元分解整域、加群、  
単項イデアル整域上の加群、アーベル群の基本定理

参考書：堀田良之 代数入門 裳華房  
三宅敏恒 入門代数学 培風館

## 幾何学入門

ユークリッド空間に埋め込まれた多様体について次の事柄を勉強して下さい。  
逆函数定理、陰函数定理、写像の微分可能性、曲面の定義、多様体の定義、  
接空間、写像の微分、写像の正則値（点）、写像の臨界値（点）、微分同相写像、  
多様体の向き付け、ホモトピーとイソトピー、写像度、境界のある多様体の定義、

参考書：J. Milnor, *Topology from the differentiable viewpoint* の6章まで  
(微分トポロジー講義、Springer)

## 集合と位相

集合と写像の基本事項（全射、単射、全単射、写像の合成）

集合の濃度、選択公理、Zorn の補題、整列可能公理

距離空間の性質

位相空間の定義と基本的性質（連続写像の定義、同相写像）

分離公理、コンパクト性、連結性

距離空間の完備化

基本群と被覆空間

## 参考書

内田伏一、集合と位相（裳華房）

加藤十吉、位相幾何学（裳華房）

松元幸夫、トポロジー入門（岩波書店）

## 微分積分学・微分積分学統論

内容：実数、上限と下限、極限（ $\varepsilon - \delta$  論法）、Cauchy 列

数列と級数、絶対収束と条件収束、

（位相に関しては集合と位相）

関数の連続性とその基本的性質、一様連続性

微分の定義とその基本的性質、平均値の定理（有限増分の定理）、

高階微分、Taylor の定理、全微分と偏微分、高階微分と微分の順序交換、

陰関数定理・逆関数定理、曲線の接線・曲面の接平面、極値問題（多変数・

条件付きを含む）、関数列・関数項級数、一様収束、極限と微分・積分の

順序交換（べき級数は函数論）

Riemann 積分とその基本的性質、微分積分学の基本定理

積分の計算、積分の変数変換、部分積分

初等関数、広義積分、Gamma 関数、Beta 関数

曲線の長さ、曲面の面積、球の体積

ベクトル解析（勾配、発散、回転の定義、線積分、面積分、

Gauss-Green の定理、Stokes の定理）

参考書：杉浦光夫「解析入門（上・下）」東大出版会

笠原皓司「微分積分学」サイエンス社

高木貞治「解析概論」岩波書店

## 函数論

内容：複素平面、べき級数、複素線積分

複素微分可能性と Cauchy-Riemann の関係式

Cauchy の積分定理と積分公式、正則関数、Cauchy の評価式

Liouville の定理、最大値の原理、Schwarz の補題

一致の定理、複素対数関数

Laurant 展開、孤立特異点、留数と留数定理、定積分の計算

偏角の原理、Rouche の定理

参考書：アールフォルス「複素解析」現代数学社

野口潤次郎「複素解析概論」裳華房

笠原乾吉「複素解析」実教出版

楠幸男「解析函数論」廣川書店