

## 数学系 入学試験問題

### 基礎数学

- ⊗ [1] から [4] までの全問を解答せよ.
- ⊗ 解答時間は 2 時間 である.
- ⊗ 参考書・ノート類の持ち込みは 禁止 する.

#### [注意]

1. 指示のあるまで開かぬこと.
2. 解答用紙・計算用紙のすべてに, 受験番号・氏名を記入せよ.
3. 解答は各問ごとに別の解答用紙を用い, 問題番号を各解答用紙の枠内に記入せよ.
4. 1 問を 2 枚以上にわたって解答するときは, つづきのあることを用紙下端に明示して次の用紙に移ること.
5. 提出の際は, 解答用紙を問題番号順に重ね, 計算用紙をその下に揃え, 記入した面を外にして一括して二つ折にして提出すること.
6. この問題用紙は持ち帰ってよい.

#### [記号]

以下の問題で  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{C}$  はそれぞれ, 自然数の全体 (0 は含まない), 整数の全体, 有理数の全体, 実数の全体, 複素数の全体を表す.

1 実4次正方行列  $A, B$  を次のように定める.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & -1 \\ 6 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$A$  の行列式  $|A|$  と,  $B$  の逆行列  $B^{-1}$  を求めよ.

2  $n$  行  $m$  列の実行列  $A$  の階数が  $m$  であるとする. このとき,  $m$  行  $l$  列の実行列  $B, C$  が

$$AB = AC$$

を満たせば

$$B = C$$

であることを示せ.

3 次の重積分を求めよ.

$$\iint_D \frac{dx dy}{1 + (x + y)^4},$$

ただし,  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$  とする.

4 (1) ある定数  $C$  が存在し,  $-1 \leq x \leq 1$  のとき,

$$|e^x - 1 - x| \leq Cx^2,$$

となることを示せ.

(2) 級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( e^{x/n} - 1 - \frac{x}{n} \right)$  は  $x$  が  $[-1, 1]$  を動くとき一様収束することを示せ.