

数学系 入学試験問題

基礎数学

- ⊗ 1 から 4 までの全問を解答せよ.
- ⊗ 解答時間は 2時間 である.
- ⊗ 参考書・ノート類の持ち込みは 禁止 する.

[注意]

1. 指示のあるまで開かぬこと.
2. 解答用紙・計算用紙のすべてに, 受験番号・氏名を記入せよ.
3. 解答は各問ごとに別の解答用紙を用い, 問題番号を各解答用紙の枠内に記入せよ.
4. 1問を2枚以上にわたって解答するときは, つづきのあることを用紙下端に明示して次の用紙に移ること.
5. 提出の際は, 解答用紙を問題番号順に重ね, 計算用紙をその下に揃え, 記入した面を外にして一括して二つ折にして提出すること.
6. この問題用紙は持ち帰ってよい.

[記号]

以下の問題で \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} はそれぞれ, 自然数の全体, 整数の全体, 有理数の全体, 実数の全体, 複素数の全体を表す.

- 1** 次の4次実正方行列が逆行列を持たないような実数 x の値をすべて求めよ.

$$\begin{pmatrix} x & 1 & 0 & 0 \\ 1 & x & 1 & 0 \\ 0 & 1 & x & 1 \\ 0 & 0 & 1 & x \end{pmatrix}$$

- 2** a, b を複素数とし、4次複素正方行列 A, B を

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 6 & 8 \\ 1 & a & -1 & 2 \\ 0 & 0 & b & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 0 \\ -7 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 7 & 0 \\ -8 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

で定める.

- (1) 行列 A, B の固有値を求めよ.
- (2) 複素数を成分にもつ正則行列 P で $PAP^{-1} = B$ をみたすものが存在するような a, b を求めよ.

- 3** 次の重積分を計算せよ.

$$\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - xy - y^2} \, dx dy$$

ただし、 a は正定数で、 $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + xy + y^2 \leq a^2\}$ とする.

- 4** 閉区間 $[0, 1]$ 上の関数 f_n を $f_n(x) = x(1-x)^n$ ($x \in [0, 1]$) で定める.

- (1) 関数列 $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ は $[0, 1]$ 上一様収束することを示せ.
- (2) 関数列 $\{f'_n\}_{n=1}^{\infty}$ は $[0, 1]$ 上一様収束しないことを示せ. ただし、 f'_n は f_n の導関数とする.