公算 vs. 確率 (4)
—「全公算」Total Probability とは何か—

河野 敬雄

昭和 38 年 3 月学部卒業 40 年修士終了

前回の私の拙稿 (2020,[17])（以下，私の以前の拙稿 (1),(2),(3) を夫々単に「初回」,「前々回」,「前回」ということにする）を読んで頂いた関係者の方々から，いろいろ有益なコメントを頂いた．特に古い友人の A 氏から小数点のコンマのことと，統計教室の件について具体的にコメントを頂いたので紹介しておく．また，私の不躾な質問に丁寧に対応して頂いた関係機関の方々，特に寺尾壽のパリ時代の演習ノートについて詳細な調査をして頂いた大阪大学総合図書館参考調査カウンタの藤江氏並びに陸軍士官学校編の「公算學」が寄贈された経緯についての詳細を明らかにして下さった山口県立山口図書館のレファレンスサービス担当者の方々に深く感謝の意を表したい．その結果得られた知見について少々補足しておきたい．

1　前回の補足

(1.1.1) 前回 (83 頁),「小数点の表し方として現在使われているピリオド「．」ではなく，コンマ「，」が使われているが，これはフランス風の表記ではないだろうか」と書いたが，A 氏から「フランス $\Longrightarrow$ 小数点がコンマ」，は正しくても逆も本当に真か，と質された．確かにいろいろ調べてみると西欧で小数表示が普及し始めた 16 世紀以後，英国では小数をピリオドで区切り，大陸側の仏，独等はコンマを使う習慣だったようだ．現在でも国際基準としてどちらか一方に統一されているわけではなさそうだ．しかし，個別の文献では著者毎に使用されている記号は異なる．例えば，Charles Smith(英語)([6]), Todhunter(英語)([35]), Liagre(仏語)([25]) では数値の掛け算，例えば $1 \times 2 \times 3$ のことを 1.2.3 と表記している．一方小数点については Charles Smith(英語)([6]), Todhunter(英語)([35])[1] では $e = 2 \cdot 71828$ のように中黒を用いているのに対して Liagre(仏語)([25]) では小数点はすべてコンマ「，」で区切られている．何れにしろ記号だけからあれこれ推測し過ぎない方がよさそうだ．遥か昔から 10 進法を用いている中華圏に比べて，インド・イスラム世界で普及していた 10 進法に基づく数の表し方が西欧に知られるようになったのは 16,7 世紀以降だというのは少々驚きである．詳しくは A 氏が紹介してくれた山本義隆著「小数と対数の発見」(2018,[38]) を参照されたい．

(1.1.2)「コンマ以下」という表現を御存知だろうか．国語辞典によると「標準以下」「平均以下」の状態であることを表す言葉で，相手に対して使った場合は侮蔑語となる．どうやら明治期に使われ始めたようだ．英語では comma(カンマ)，仏語では virgule(ヴィルギュル)，独語では Komma(コンマ) というからどうやら明治期の高等教育を受けた知識人が比

[1] 何れの訳書でも原文通りの記号が用いられている．

喩的に使い始めたのだろう．当時，(旧制) 高校の学生が「デカンショ節」を高吟して何かにつけドイツ語の単語をひけらかした様子は語り草になっている．ということは当時のドイツ語のテキストでは小数点として「コンマ」が使われていたということではないだろうか．

(1.1.3) 前回 78 頁の脚注 19 で，我が国では独立した統計学科が設置された例はないのではないだろうか，とコメントしたが，実は日大生産工学部が「統計学科」を 1965(昭和 41) 年から 1974(昭和 49) 年まで開設していたようだ．その後，同学科は数理工学科さらに数理情報工学科と名称を変更している．思うに，文系から理系，工学系，医療系，といろいろな分野にまたがる統計学は「統計」という学問の性格上単独の学科としてそれ自体の原理原則を研究するという性格の学問ではないのではないだろうか [2]．

(1.2) 前回，我が国最初のまとまった確率論の教科書といわれる陸軍士官学校編「公算學」(明治 21 年) の著者について考察したとき，寺尾壽がフランスで Bertrand から数学を学んでいたことを指摘し，その出典として小倉金之助 ([30], 95 頁) を挙げたが [3]，実は同じ個所に彼がそう書いた根拠らしきことが書いてある．それは「丁度，こゝの (大阪帝大) 理学部の圖書室に，パリ時代の寺尾先生の數學や力學の演習ノートが，藏されてゐます。」とあるのがそれである．つまり，小倉はその「演習ノート」を見て，寺尾がパリで誰から何を学んだかを推察したのではないか，と推察される．そこで意を決して現在の大阪大学の総合図書館参考調査カウンターに問い合わせた．以下に概略を記すように大変詳細な調査をして頂いた．しかし残念ながら結論的には，そのような資料はどこにも存在しないし，記録も見つからなかった，ということであった．

(1.2.1) 大阪大学総合図書館，同理学研究科の数学図書室，情報資料室にも該当する資料は見つからなかった．

(1,2.2) 私は小倉金之助 [30],95 頁にある記述を根拠にお願いしたのであるが，実は彼の「明治期代の數學」は戦後何度か改訂されている．例えば，前回同じ書名で戦後の版 (1947, 昭和 22,[31]) を引用したのは，当時よく読まれた洋書のリストの中にある Bertrand の確率の本 ([5]) というのは [30] には載っていなかったからである．逆に，戦後出版された同名の本には寺尾壽のパリ時代の「演習ノート」に関する記述は無いとのことである．理由は不明とのこと．そもそも大阪帝国大學は 1931(昭和 6) 年に医学部と理学部の 2 学部で創立された．小倉金之助は理学部の母体となった塩見理化学研究所の所長であり，発足当時の数学教室とも深い関係にあった．しかし，明治・大正時代に東京帝国大学の天文学の教授であった寺尾壽自身と阪大との接点は見いだせない．あるいは寺尾壽のパリ時代の「演習ノート」が小倉金之助の個人蔵書であったとしても新設の大阪大学理学部に寄贈する動機や必然性が見当たらない．

(1.2.3) 寺尾壽関連の資料をいろいろ教えて頂いた．その中に，寺尾壽のパリ留学時代のことを紹介した天文月報 (2003 年 8 月) の記事「明治期最初の天文学者・寺尾寿のパリ留学時代」(中村 士) があった．この記事によると「寺尾はパリ大学で数学と天体力学をポアンカレに教わった」とのこと，Bertrand のことは一言も出てこない．ただ，これはこれで興味深い話だと思う．ポアンカレはベルトランよりずっと有名な数学者であるが，ポアン

[2]「数理統計」の専門家からはブーイングが聞こえてきそうだが．

[3] 2020,[17],90 頁, 脚注 35

カレに直接数学を習ったという日本人数学者は寡聞にして知らないからである．どなたか御存知ならご教示頂きたい．

(1.3) 前回 (79 頁脚注 20) でも少し触れたが，私の寄稿全体に度々登場する陸軍士官学校編『公算學』は現在のところ，上藤一郎氏 ([36]) の個人蔵 1 冊と山口県立山口図書館所蔵 1 冊しか存在が知られていない．最近同図書館に同書を所蔵するようになった経緯を問い合わせたところ，明治 20 年卒業の陸軍士官学校第 9 期士官生徒ご本人ないしご遺族からの寄贈であるらしいことがわかった．他の寄贈本等当時の経緯を勘案すると原本に明記されていない出版年は従来いわれている明治 21 年ではなく，1 年程度早まる可能性もあるが，結論を出すには至らなかった．今後の調査を待ちたい．

(1.3.1) ここで少々疑問が湧くのである．それはこの『公算學』には必ず (明治 21 年) あるいは (1888) と付記してあるのである．当然読者は出版年と理解するだろう．ところが前述したように原本には出版年らしき年号は書いてない由．では何故明治 21 年ないし 1888 年という年号が書き加えられているのだろうか．恐らく最初にこの『公算學』が紹介してある文献は小倉金之助のそれ (1942, 昭和 17,[30],102 頁）だと思われる [4]．それによると，明治 20 年代のいくつかの洋書を紹介した後，邦文の訳書ではない数学書を紹介しており，

> 先ず士官學校出版の『公算論』[5](二十一年)。それは確率の本です。陸軍では射撃なんかの計算に確率論を必要としますから，かういふ高級な本も出版されたのでせう。

とある．ただ，彼の表記は「公算論」となっており，「公算學」が正しいことは原本で確認されており，彼が原本で確認していないことは明らかであるが，当時としては相当高度な内容を扱っていることは確かである．なお，この冊子は活版印刷ではなく著者名も出版年も明記されていないことや題名の記憶違い等から小倉のこの括弧書き (二十一年) が何を根拠にしているのかも不明であり，はなはだ信ぴょう性に欠けるのである．にも拘らず後続の殆どの研究で根拠を挙げることなく出版年あるいは発行年を明治 21 年としており定説となっている印象を受ける．川尻信夫 ([15],102 頁) は定説のこわさを指摘したあと，和算史における三上神話，小倉神話を例に挙げているが，明治 21 年出版説も小倉神話の類かも知れない．

(1.3.2) 小倉の表記が信ぴょう性に欠けるにしても日本数学百年史上 (1983, 昭和 58,[29], 126 頁) にはやはり「公算学，1888」という見出しで「確率論の邦書として最初のものである．士官学校から出ているのは,,,,」とあり最初の出だしの定義の部分の原文を数行にわたってそのまま引用してある．先行研究は引用されていないから現物を見て原稿を書いたとしか思われない [6]．しかし，原本を参照しなければ書けない内容を引用しながら，出版年は明記されていないにも拘らず 1888 と書いているのは何故だろうか．「小倉神話」と言われる所以に納得した．

[4] もともとは彼が昭和 15 年に大阪帝國大學理學部で正規の講義の外に六時間の講義を行った時の速記録に基づいている．

[5] 正しくは『公算學』である．一時何方の表記が正しいのか議論されていたようだ．その経緯は初回 56 頁の脚注を参照されたい．恐らく小倉は林・刈屋の「公算論」と混同したのであろう．

[6] 上藤氏が東京の古書店で購入された「公算学」が陸軍士官学校編「公算學」であると同定された根拠としてこの書き出し部分が完全に一致していることを挙げておられる．上藤 [36],(3)「§2.1 本書の書誌学的考察」を参照されたい．

(1.3.3) もうひとつ気になることがある．同図書館の蔵書検索で「陸軍士官学校」で検索した場合，陸軍士官学校が出版した教科書と思われる 41 点の書物がヒットするが，陸軍士官学校の教科書と思われる発行年が明記してあるものには「○○教程」と書いてあるのに対して，「公算學」を含む数冊には発行年もなく，「教程」もついていない．つまり，正規の教科書ではなく，参考書程度の扱いではなかったのだろうか．特に「公算學」の場合はもし授業科目だったとすると，誰が教えていたのかも気になる．当時の数学教官には「公算學」「誤差學」を教えるだけの能力があったかどうか疑問に思うからである．この疑問はそのまま「公算學」の著者ないし編者は誰か，という問題に直結する．当時の数学教官ではない可能性が浮上するからである．簡単に結論の出せる問題ではないが若干の考察はしておいたので最後のまとめのところ (6.3) を参照されたい．

以上のような新しい情報を得てつらつら考えるに，この際『公算學』の著者と編纂年について安藤氏の先行研究と前回の私自身の考察を一旦リセットして改めて考え直してみたいとは思っている．研究成果が挙がればいずれどこかに発表したい．

2　「全公算」Total Probability とは何か

今回の本稿の主題である「全公算」とは何かについて，少しはオリジナルな考察も含まれているかと思い，昨年度の数理解析研究所の公開型研究集会「数学史の研究」（オンラインで実施された）で発表させて頂いた．研究集会の成果は当研究所の講究録別冊 (査読付き)(RIMS Kôkyûroku Bessatu, 2021,B85,155–181)([18]) に「『全公算』とは何か：明治期 probability 概念受容史の一断面」と題して研究ノートに採択して頂いた．いずれ数理研の HP 上に公開されると思うので本主題について詳しくはそちらを参照して頂けると幸いである．従って，本稿は学術論文ではないのでもう少し気楽に分かりやすく雑多な感想も含めて駄文をしたためてみた．

2.1　発端，何が問題か

我が国最初の数学的意味の probability 理論を解説した書物は陸軍士官学校編の「公算學」([36]) であると言われている．この本の最初に導入されている probability 概念は「全公算」「比類公算」「複公算」そして「単公算」である．一方，安藤 ([4],136 頁) によって指摘されている種本と思われる Liagre([25]) の本にある対応すると思われる単語はそれぞれ la probabilité absolue, relative, composée, そして simple である．La probabilité simple を単公算，la probabilité composée を複公算，la probabilité relative を比類公算と訳したのだろうということは直ちに想像がつく，しかしどう考えても「全公算」が la probabilité absolue の訳語だというのは少々奇妙な感じがする．このふと感じた疑問，謎の解明を試みて当時の我が国で知られていたと思われる洋書や邦書を調べてゆくと，明治期日本人にも一通り知られていた「幾何」や「代数」,「微積分」といった近代数学の概念とは異なり，恐らく初めて接したであろう数学的 probability 概念を如何に苦心して理解・受容していたか，という大きな問題に突き当たるのである．数学としての確率論はよく知られているようにサイコロ賭博の公平性に関する問題に興味を抱いたパスカルとフェルマーの往復書簡に始まると言われているが ([34])，考えてみると日本でも江戸時代にはサイコロ賭博は広く行われ

ていたはずだ．なぜそれが数学者（当時であれば和算家）の興味をひかなかったのであろうか．ヨーロッパと我が国の知識人の在り方や社会構造，精神構造の違い等が垣間見えてそれはそれで面白い問題だと思うのだが話が発散する上，私の手に負えないので残念ながらこれ以上の考察は断念する．

閑話休題．本稿では先に紹介した我が国最初の確率論の教科書といわれる陸軍士官学校編の『公算學』に出てくる「全公算」を手掛かりにしてその後に出版された陸軍の教科書をも参考にしながら明治期日本人が如何にして数学的 probability 概念を理解・受容し，あるいは誤解ないし曲解していったのか，について昭和 20 年までの文献にも触れながら一通り概観してみたい．

明治陸軍は砲兵科の教育に当たって「弾道学」が必須であり，その学理が probability に基礎づけられた誤差論であることは早くから気づいていたと思われる．それが陸軍文庫 (1882, 明治 15,[28]) 砲兵教程 4 に出てくる「公算則」である．この「公算」が probability の訳語であることは明記されていないし内容にも触れていないが誤差論の学理であると説明してあるから数学的意味の probability を指していることことは明らかである．察するに当時の陸軍将校はまだこの学理をよく理解できなかったのではないだろうか．このような背景を考慮するとその後の陸軍士官学校編の『公算學』が何故早急に編纂されなければならなかったかが推察できるのである．当時陸軍士官学校は陸軍大学校，陸軍砲兵射的學校，陸軍砲工學校等次々と新しい学校が設立され教科内容のレベルアップが急務だったと思われる．本稿では 1888(明治 21) 年発行と伝えられる陸軍士官学校編の『公算學』を出発点にしてその後の陸軍が出版した教科書，さらにそれらを参考にして一般向け数学書として書かれたと思われる数学者林鶴一と陸軍数学教授刈屋他人次郎との共著である「公算論 (「確カラシサ」ノ理論)(1908, 明治 41, [11])，さらにその後継のいくつかの数学書について probability がどのように理解・認識されていたかについて若干の考察を加えたい．

なお，数学的意味の probability については基本的に誤差論に関心があったと思われる陸軍の系統とは別に代数学においても順列・組合せと場合の数の計算の，ある意味の応用としてラプラスの確率論が紹介されている場合がある [7]．その我が国に於ける最初の文献が 長澤龜之助譯 (1883, 明治 16,[35]) の「代數學」である．この本の原本は Todhunter[8], I. Algebra for the Use of Colleges and Schools, with Numerous Examples. 1870(明治 3,[35]) である．続いて藤澤利喜太郎・飯島正之助共譯，代數學教科書，1891(明治 24,[6]) 年発行の第四巻は題名通り代数学の教科書であるが 1 章を割いて probability の解説にあててある．原本は Charles Smith, A Treatise on Algebra. Macmillan, 1888(明治 21,[6]) である．長澤が民間の数学者だったことも影響しているのかもしれないが，probability を「適遇」と訳した長澤の本は少なくとも probability 概念の普及に関しては残念ながら我が国に左程の影響を与えたとは思われない．これに反して大學教授理學士ドクトル藤澤利喜太郎共訳 [9] の方は文部省検定済の尋常師範學校及び尋常中學校教科用書となっており，林・刈屋の「公算論」を始め多くの数学書と学校教育に，藤澤の意に反した形で影響を及ぼしたように思われる．それらの関係等については §5 で考察する．

[7]現在の高校数学でも同様である．高校で誤差論を教えることはないからであろう．
[8]確率論史 ([34]) の原著者でもある．
[9]probability を「確カラシサ」と訳しており probability の章は藤澤が訳したと思われる．

2.2　ラプラス確率論の概要

まず最初に，読者と知識を共有するために，現在の高校数学[10]で教えられている程度の古典確率論（ラプラス確率論の概要）をざっと確認しておきたい．参考にしたラプラスのオリジナルな文献は，

Laplace, P.S.: 1814 Essai Philosophique sur les Probabilités. である．幸い内井惣七氏によって邦訳されている（「確率の哲学的試論」1997, 平成 7,[23][11]）．この訳書からの引用個所を「内井○頁と記す」．なお，訳文中の [・] は訳者が補った言葉である．この本はラプラス自身が完成した古典確率論の原理を余すところなく紹介しているので是非参照して頂きたい．

当時は集合論がまだ数学者の間に普及する以前だったために，ラプラスのこの本でも集合論を使えば容易に定式化できる「事象」という概念すらも結局は直感的に理解するしかないのであるが，ラプラスの確率概念をひとまず現代風に集合論を用いて説明してみると容易に理解できる部分とそうでない部分，つまり問題点が見えてくる．ここでは現在の高校数学で出てくる程度の集合論と記号を用いて，ラプラスの第一原理，すなわち確率の定義に始まっていわゆる逆確率（原因の確率，ベイズの定理），事前確率，事後確率に至る第七原理までをまとめておく．なお，第八原理以下は期待値に関わることなのでここでは省略する．

以下，次のような記号と用語を準備する．$\Omega =$ 空でない有限集合，Ω の各要素を根元事象，Ω の部分集合 A を (一つの) 事象という．有限集合 X の要素の総数を $|X|$ で表す．この時

(2.2.1) 第一原理（内井 18 頁）: 事象 A の確率 $P(A)$ とは比 $\dfrac{|A|}{|\Omega|}$ のことである．

この定義が無差別の原理，つまり等確率を仮定したラプラスの確率論の基本であり，以来様々な立場から様々な議論がなされているいわくつきの確率概念である．ラプラス自身もそのことをよく承知していたと思われるのだが，集合論が数学の基礎づけに利用される以前の話なので言葉だけで表現するのには限界がある．そのために第二原理は加法公式のことを述べているように思われるのだが今一すっきりしない．後の数学者も少々戸惑っているように感じられる．

> 第二原理 (内井 18 頁) : ところが，この第一原理は異なる場合が等しく可能であると前提している．もしそうでないなら，それぞれの場合の可能性をまず決定する．これを正しく評価することが偶然性の理論で最も微妙な点の一つである．このとき，確率は各々の好都合な場合の可能性すべての和である．この原理を例によって説明しよう．

この原理はいわゆる加法公式 (定理) のことを意味しているのだろうか．実際，排反事象を集合論を使わずに説明すると分かりづらい．しかし，明治期の教科書では直ちに例を用い

[10] 文科省の学習指導要領はおおよそ 10 年をめどに改訂されており，「確率」の内容も少しづつ変化している．特に，独立試行，独立事象，条件つき確率，確率変数の扱いは注意を要する．

[11] 凡例をみると，本書は 1814 年の初版の訳であるが，ラプラス在命中の最後の第 5 版 (1825) は分量で倍ほどになっている由．ラプラスの原本も第 6 版がウエブ上で公開されている．

て説明するから直感的には難しくない．第一原理から直ちに次の加法公式 (定理) が得られる．

(2.2.2) 加法公式（定理)： $A \cap B = \emptyset \Longrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(2.2.3) （一般）加法公式（定理)： $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

ただし，ラプラス自身，第一原理では表現できないが直感的には容易に理解できる様々な例を取り上げて種々に論じており，その場合は加法公式は暗黙の裡に公理であるがごとくに使用している．つまり，ラプラスの古典確率論は全測度 1 の有限加法的測度のことに他ならないのである．結局加法公式は定理ではなくいわば確率論の「公理」なのだから，この関係式を直接用いて推論を行っても一向に差し支えない．ただ，ラプラス以後，直感的考察に基づいて解かれている例題を厳密に第一原理の確率から説明しようと試みているテキストもある．

加法公式はあまりにも自明なせいか，当時の多くの文献ではもう少し複雑な場合について例を与えて説明している．それらは陸軍のテキストでは一貫して「全公算」「全公算の原則」と称しているが，以後の我が国ではもう少し単純に「全公算の原則」とは加法公式のことに他ならないと理解しているようだ．「全公算」とは何かということについてはいくつかの文献に沿って次節以降で詳しく検討する．

(2.2.4) 第三原理 (内井 19 頁)：乗法公式（定理)： 二つの事象 A, B が独立ならば

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

ここで，最大の問題はラプラス以下の当時の文献では「独立事象」の定義がないことである．すべて例で説明してあるがそれは今日の言葉でいうと「独立試行」のことである．現在でも「独立試行」は例を用いて説明する．

では，二つの事象が独立でない場合はどうするか，ラプラスは続く第四原理で Quand deux événemens dépendent l'un de l'autre, とのべて二つの事象が互いに依存するとき（従属事象であるとき）の法則を述べている．現代風に表記すると

(2.2.5) 第四原理 (内井 21 頁)：(一般）乗法公式（定理)： $P(A \cap B) = P(B|A)P(A)$

すべての事象を同じ空間 Ω 内の部分集合だと仮定すると，$P(B|A)$ は $\dfrac{|B \cap A|}{|A|}$ で自然に定義できる．この時,

$$P(B|A) = \frac{|B \cap A|}{|A|} = \frac{|B \cap A|}{|\Omega|} \Big/ \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

となるから，分母をはらうと（一般）乗法公式が容易に得られる．

(2.2.6) 第五原理：

> (内井 22 頁) すでに生じた一つの事象の確率と，予期されるもう一つの事象とこの事象とを合わせた複合事象の確率とがアプリオリに計算できるものとしよう．このとき，第二の確率を第一の確率で割ったものは，すでに観察された事象のもとでその予期された事象が生じる [条件つき] 確率である．

この原理は第四原理とは異なり，すでに観察された事象 A のもとでその予期された事象 B が生じる確率 $P(B|A)$ を $\dfrac{P(B\cap A)}{P(A)}$ で定義している．$P(A)>0$ である限り，両者は同じ等式であるが一方は公式（定理）であり，他方は定義式である [12]．

(2.2.7) 第六原理 (内井 23 頁) :「ひとつの観察された事象について，それを生み出しうる [そして互いに両立しない] 原因がいくつか考えられるとしよう.」で始まる第六原理はそれと明示はしていないが [13]，いわゆるベイズの公式に相当することを述べている．確率を有限加法的測度であると看做せば，加法公式 (2.2.2) と (一般) 乗法公式 (2.2.5) から容易に導かれる自明な関係式である．しかし，第一原理を前提としたラプラスの古典確率論の範囲には収まらないが直感的には理解可能な実際的例を考察する場合に必要な公式である．明治期の文献でも「原因の公算」,「ベイズの定理」,「予定公算」,「新事象の公算」として，次節以降に紹介する洋書を含むすべての文献でもいくつかの具体的例題を解きながら詳細に解説してある．実際，ラプラスのこの本からして，内井の訳本で 12 頁にも及ぶ解説をしている．集合論の記号を用いて表現すると，$\{E_i\}_{i=1}^n$ を Ω の分割，すなわち，$E_i\cap E_j=\emptyset$, $(i\neq j)$ かつ $\Omega=\cup_{i=1}^n E_i$ とする．このとき，E_i ; $i=1,2,...n$ は原因の事象を表現している．

このとき，ひとつの事象 A に対して，次の関係式が成り立つ．

$$P(E_i|A)=\frac{P(A|E_i)P(E_i)}{\sum_{j=1}^n P(A|E_j)P(E_j)}$$

このベイズの公式の肝は (一般) 乗法公式を $P(A\cap E_i)=P(E_i|A)P(A)=P(A|E_i)P(E_i)$ と書き直して第二項の関係式から $P(E_i|A)=\dfrac{P(A|E_i)P(E_i)}{P(A)}$ の形にして条件つき確率の意味を付与するところにある．ところが，このままでは確率 $P(A)$ が計算できない．理由は，問題設定から事象 A は複数の原因事象 E_j ; $j=1,2,,,n$ の違いによって生起する確率が異なる可能性があるからである．そこで再び加法公式と (一般) 乗法公式より

$$(*)\quad P(A)=P(A\cap(\cup_{j=1}^n E_j))=P(\cup_{j=1}^n(A\cap E_j))=\sum_{j=1}^n P(A\cap E_j)=\sum_{j=1}^n P(A|E_j)P(E_j)$$

つまり，分母の表現が得られる．要するにどのような測度空間でも有限加法的測度なら常に成り立つ公式なのだが一度刷り込まれたラプラスの確率の定義から簡単には頭を切り替えることが難しいようだ．たとえば，遥かに時代が下って昭和 16(1941) 年に出版された，東京帝國大學教授末綱恕一の「確率論 [32]」のベーイスの定理.(20 頁) の証明をみるとすべての事象を一つの有限集合の部分集合と見做してラプラスの定義（場合の数の比）を用いて証明している．単なる場合の数の計算に帰着されるから確かに数学的には高校生でも理解できる厳密な証明には違いないが，当時すでにコルモゴロフの公理的確率論は知られており，同書でも彼の文献が挙げてある．折角ラプラスが場合の数の比だけでは理解が難しいが直感的には理解可能な確率論の微妙な例を種々論じているにも拘わらずである．末綱の「確率論」はラプラス確率論の矮小化でしかない．

[12]因みに今日でも高校数学では公式（定理）と見做している．

[13]最後の章「確率計算に関する歴史的注記」に T. ベイズのことと，彼自身の関りについて紹介してある．(内井 158 頁–159 頁)

ベイズの公式は集合論を用いて記号化して表現してみると単に加法公式と (一般) 乗法公式から容易に証明できるが，ラプラスの確率論において，原因の事象とその結果の事象を同一集合内の場合の数で表現出来るのだろうか．もし出来なければ $P(A \cap E_j)$ が計算出来ない．実際，ラプラスが紹介している次のような例（内井 28 頁–29 頁）では問題設定の仮定から $P(A|E_j)$ と $P(E_j)$ を知ることが出来るが $P(A)$ そのものは計算できない．

「今一人の証人がいる．彼の証言は確率 9/10 で正しく，確率 1/10 で正しくない．ここに，999 個の黒球と 1 個の白球が入った壷がある．この証人が壷をかき混ぜて 1 個の球を取り出し「白球が出た」と叫んだ．出た球は果たして本当に白球であろうか,」その確率を問う問題である．

答え：証言が本当で，白球である確率は 1/112．ウソ，つまり黒球である確率は 111/112 で，ウソである公算の方が遥かに大きい．

(解) E_1 = この証人が正しく証言する事象．E_2 = ウソの証言をする事象．題意から $P(E_1) = 9/10$, $P(E_2) = 1/10$. である．A = この証人が出た球を白球だという事象，と考えてベイズの公式を適用してみる．球はもちろん，1,000 個の中からランダムに選ばれると仮定している．このとき，$P(A|E_1)) = 1/1000$, $P(A|E_2) = 999/1000$ だから，

$$P(A) = P(A|E_1)P(E_1) + P(A|E_2)P(E_2) = \frac{1}{1000} \times \frac{9}{10} + \frac{999}{1000} \times \frac{1}{10}$$

従って，

$$P(E_1|A) = \frac{P(A|E_1)P(E_1)}{P(A)} = \frac{9}{9+999} = \frac{1}{112}$$

ベイズの公式を集団検診等の医療現場に適用するとしばしば人々の常識とはかけ離れた結論を得ることがある．ラプラスもそのことは十分承知していたようで，後半の「確率の見積りにおける錯覚について Des illusions dans l'estimation des probabilités 」という章 (内井 132 頁) では「視覚に錯覚があるように精神にも錯覚がある．そしてさわってみて目の錯覚が正されるように，反省と計算によって精神の錯覚も正される[14]．」と述べている．ラプラスは，めったに起らない現象を見た，という証言をやたらに信用してはならないという意味のことも主張している．

(2.2.8) 第七原理はある意味で第六原理の応用である．ベイズの公式においてアプリオリに仮定した原因の事前確率 $P(E_i)$(probabilités à priori) が，事象 A が観察されたという事実によって $P(E_i|A)$ に更新された (probabilités à posteriori，事後確率) と見做して将来（未来）に起こり得る事象の確率を再評価しようという原理である．

以上が本稿で言及するすべての文献で取り上げられているラプラスの古典確率論の基本概念と公式である．ラプラス自身必ずしも種々のランダムネスに関わる確率の問題を解析するにあたっていちいち自身の第一原理に遡って考察しているわけではない．実際，数学的に厳密な証明も (2.2.2) と (2.2.5) だけで十分である．

[14]高等教育を受けたはずの多くの人々が如何に「反省と計算」をすることなく，誤った直感に頼った発言を繰り返していることか．

3　明治期，probability 概念はどのように理解・受容されていたのだろうか

ラプラス以降，19 世紀の数学的 probability に関する書物に解説してある確率論はラプラスの「確率の哲学的試論」の枠組み内に収まっており，理論的発展は感じられない．しかしながら，probability の定義こそラプラスのそれと全く同一であるが，条件つき確率やベイズの定理に関わる部分は集合論をベースにした記号や用語が整備されていない当時にあって，probability とは何かを巡って著者毎に微妙な認識の違いが見て取れる．

本稿では，我が国における数学的 probability 概念の受容史において最も重要な役割を果たしたと思われる陸軍士官学校編の「公算學」(1888?, 明治 21?,[36]) とその後の陸軍関係の教科書及びそれらを参考にしたと思われるが明治末に出版された一般向け数学書について「全公算」というキーワードを手掛かりに考察を進める．本節で取り上げる日本人の文献は次の 4 点である．実は「全公算」「全公算の原則」はその後少々意味を変えて復活していることに最近気がついたので節を別にして紹介する．

本節で考察する文献をまず紹介しておく．

★ 1. 著者不詳 (1888?, 明治 21?,[36])．陸軍士官学校編『公算學』.（『公算學』，と略記する）

★ 2. 陸軍砲兵大尉 川谷致秀，陸軍砲兵中尉 田中弘太郎訂正 (1891, 明治 24,[16])．公算學・射撃學教程.（表紙に陸軍砲兵射的學校用本，明治廿四年十一月印刷，と書かれている．川谷・田中の「公算學・射撃學教程」，と略記する）

★ 3. 吉江先生ノート (1895, 明治 28,[39])．Calculus of Probability and Method of Least Squares.，東京大学数理科学研究科図書室蔵.（吉江先生ノート，と略記する．英語で筆記されている.）

★ 4. 林鶴一・刈屋他人次郎 (1908, 明治 41,[11])．公算論（「確カラシサ」ノ理論），大倉書店 [15].（林・刈屋の「公算論」，と略記する）

以上の文献の著者が参考ないしいわゆる種本にしたのではないかと思われる洋書は次の通りである．陸軍が明治初期フランスの影響を強く受けていたことと，東京大學において初めて誤差論 (最小二乗法) の講義を行い，吉江先生ノートの講義者であり，パリで Bertrand の講義を聴いたという寺尾壽がフランスに留学していた関係で洋書はすべてフランス語である．数学関係の単語は概ね英語と対応しているからフランス語のまま引用する．

★ 1. H. Laurent(1873, 明治 6,[24]). Traité du Calcul des Probabilités. Gauthier-Villars.（Laurent の本，と略記する）

★ 2. J.B.J. Liagre(1879, 明治 12,[25]). Calcul des Probabilités et Théorie des Erreurs avec des Applications aux Sciences d'Observation en Général et la Géodésie en Particulier. C. Muquardt.（Liagre の本，と略記する）

`https://archive.org/details/calculdesprobabi00liaguoft/page/10`

★ 3. J. Bertrand(1889, 明治 22,[5]). Calcul des Probabilités. Gauthier-Villars.（Bertrand の本，と略記する）

[15] 1910(明治 43）年の第 3 版の影印が公開されている．

3.1　「全公算」とは何か

§2.2 で紹介したラプラスの第二原理はその後の洋書文献にどのように引き継がれていったのかが他の原理に比べて分かりにくい．加法定理という表現が初めて邦書に登場するのは林・刈屋の「公算論」(1908, 明治 41,[11]) で，「公算ノ加法ノ定理」を説明したあとの「注意」として，「此定理ヲ全公算ノ定理ト云フコトアリ」(20 頁) と書いてある．Probability の訳語が「公算」から「確率」に変わった後の昭和時代に書かれた渡邊孫一郎の「確率論」(1926,[37],19 頁) には加法公式のことを「全確率ノ定理又ハ「何レカ」ノ確率ノ定理ト云フ」と説明しているが，最初にこの語が登場する『公算學』では必ずしもそう単純に割り切っているわけではなさそうである．

以上のことを念頭において，年代順に文献に即して「全公算」「全公算の原則」に対応していそうなところを考察する．

(3.1.1) 前述したように「全公算」なる単語は『公算學』において初めて登場するのであが，この本のいわゆる種本であるといわれる Liagre の本には「全公算」に対応する単語は出てこない．そのためか，『公算學』の最初の章に書いてある probability に関する基本的概念の用語やその説明は Liagre の本の対応しそうな個所と微妙に異なる．そこで欧文文献 1 の Laurent の本を見ると，確かに小節の見出しに “Principe de la probabilité totale”(p.47) とあったのである．つまり，「全公算」，「全公算の原則」は Laurent の本を参照した可能性が高いと推測されるのである．改めて Laurent の本の表紙を確認すると，著者 Laurent の肩書はエコールポリテクニックの解析学の復習教師 (RÉPÉTITEUR) とあるから陸軍から派遣された日本人留学生も接した可能性がある．ところが，Laurent の本は，前回 (88 頁) すでに指摘したように，当時はまだ発展途上にあったと思われるフーリエ解析をベースに数学公式を展開しており，当時の陸軍士官学校を如何に優秀な成績で卒業してフランスに留学したとしても到底フォローできなかったのではないだろうか．その点でフランス陸軍と直接の接点があるかどうかは定かでないがベルギーの陸軍中将である Liagre の本は通常の微積分の知識で理解できたのではなかろうか．察するに，最初は Laurent の本を参照してテキストを書き始めたが [16]，途中でついて行けなくなって結局 Liagre の本を参照することにしたのではないだろうか．特に後半の誤差論に関するグラフや数式は Liagre の本の対応する個所を丸写ししている印象がある．しかも本当に理解していたのかどうか少々疑わしい写し方である．

Laurent の本をもう少し詳しく説明する．見出しに “Principe de la probabilité totale” (p.47) とある小節では因果関係が明確ではなく，確率で表現される事象の原因 cause d’un événement について述べている．定理の大略を説明する．

Théorème. 事象 E が相反するいくつかの原因 C_i ; $i = 1, 2, \ldots$ によって引き起こされる確率 P は次式で与えられる．

$$P = p_1q_1 + p_2q_2 + \cdots + p_iq_i + \cdots$$

ここで，p_i は原因 C_i によって事象 E が引き起こされる確率，すなわち $p_i = P(E|C_i)$，q_i は

[16] その証拠に Laurent の本の題名の自然な翻訳は「公算學」であるが，Liagre の本を最初から訳すなら，資料が残っている明治 26 年 (1893) 陸軍砲工学校数学教程第二版「公算誤差學」のように「公算」と「誤差」を併記する方が自然な題名だからである．

原因 C_i が生起する確率，すなわち $q_i = P(C_i)$ である．

Laurent はこの定理をラプラスの第一原理に基づいて証明している．なお，$P(E \cap C_i) = P(E|C_i)P(C_i)(= p_i q_i)$ と積で表されるのは複公算の原則のお蔭 (en vertu du principe de la probabilité composée) だと言っている．さらに Laurent は特別な場合として p_i が 1 または 0 の場合を Théorème II として掲げているが，その場合は通常の加法公式 (定理) に他ならない．つまり，Laurent の本では “le principe de la probabilité totale” は加法公式を含むより一般的公式をさしているように思われる．目次の順序も Probabilité composée が Probabilité totale の前にあるから，ラプラスの第二原理を第六原理の特別な場合であると見做すという捉え方である．

もうひとつ，「全公算」「全公算の原則」という単語について気になる文献がある．それは邦書文献 3 の吉江先生ノートと洋書文献 3 の Bertrand の本である．前回 (89 頁–90 頁) および河野 ([18],162 頁) でも紹介したが文献 3 の吉江先生ノートにも「the principle of total probability」と「the principle of compound probability」が説明してあり，これらの「principle」を用いて式が変形されているのである．

寺尾は東大の仏語物理学科を卒業後直ちにフランスに留学，天文学を納めて学位を取得して帰国している．(1.2) で説明したように彼はパリで Bertrand から数学を学んだらしい．さらに，1883(明治 16) 年に帰国後は東京大学理学部星学科教授として「最小平方法科」の授業を担当して「プロバビリテーノ諸原則ヲ授ケ」ている（公田 [21],240 頁）．ところが，Bertrand の本の第 II 章の表題が PROBABILITÉS TOTALES ET PROBABILITÉS COMPOSÉES なのである．『公算學』との関りは目下の所不明であるが，前回 (90 頁),『公算學』の著者を通じて何らかの影響を与えたのではないかという憶測を述べておいた．

(3.1.2) 『公算學』では本文の冒頭でいきなり

理学上ニ於テ一事一象ノ公算トハ所望ノ数ト可成ノ数トノ比ヲ言フ。

と「公算」が定義してある．我が国の知的風土の中で馴染みがあるとはいえない数学的意味の probability について一言の説明もなくいきなり数学的定義から書き出すのは如何にも唐突である [17]．当時急いで教育内容を刷新，高度化する必要に迫られていたと思われる陸軍が大急ぎで種本を基に纏めさせた，という印象を受ける．

続いて「全公算」について次のように説明している．

一事一象ノ生起スルニ各異ノ現様 [18] アルトキハ其公算ヲ全公算ト称ス。

一事一象ノ全公算ハ各異ノ現様ノ公算ノ和ニ等シ。例ヘハ一箱内ニ N 球アリ，其 n 箇ハ白ク，其 n' 箇ハ赤ク，其 n'' 箇ハ青ク，而テ其余ハ皆黒シ。一タヒ箱内ニ手ヲ入レテ，白球，或ハ赤球，或ハ青球ノ一箇ヲ撮出スルノ公算ハ，明ニ, , ,

と「全公算」という言葉を定義した上で例を用いて説明しているが，内容は排反事象に対する加法公式である．

そこで，この『公算學』の種本であると思われる Liagre の本を参照し てみる (pp.43-44)[19]．

[17] 因みに，『公算學』を参照，あるいは訂正したと思われる川谷・田中の「公算學・射撃學教程」ではまず「緒言」において「公算學ハ事象ノ運命ヲ推測スルノ學ナリ 公算トハ, , ,」と「公算」について 1 頁半を費やして説明している．

[18] 第二篇，予定公算の章では「現様」は「原因」の意味であると断わっている．

[19] 実は，Laurent の本の Théorème II(p.49) もほぼ同様の内容，文章表現である．

> En général, on peut poser la règle suivante : “ La probabilité d'un événement qui correspond à l'arrivée de plusieurs éventualités, est la somme des probabilités relatives á chacune de ces éventualités.”

ただし，Liagreの本では排反事象という概念をはっきりとは説明していないが，いくつか説明している例から推察する限り単なる加法公式を意味しているように思われる．Liagreの本では直ぐ続けてサイコロを2個振った時に出る目の和が7または8になる確率の例(p.44)が書いてあるが，Lacroix([22])にも同じ例(p.22)がある．『公算學』でも全く同じ例が第二例としてあげられているがLaurentの本には出てこない．

ここでの probabilités relatives はすぐ後に登場して，『公算學』において「比類公算」と訳されている単数形の probabilité relative とは別で通常の「関係する」という意味であろう．ちょっと紛らわしい．Liagreの本では次の小節 §16(p.44) で probabilité absolue と probabilités relatives の説明が出てくるが，probabilités relatives は $B \subset A \subset \Omega$ の場合に，$\dfrac{|B|}{|A|}$ を意味する．probabilité absolue は relative に対応した言葉で，$\dfrac{|B|}{|\Omega|}$ を指すが，『公算學』には対応する訳語は見当たらない [20]．比類公算は川谷・田中の「公算學・射撃學教程」にも引き継がれているが，もともと理論上特に必要な概念ではなく，節の最後に附録的に説明してある．実際，他の洋書の文献では発見できなかった．

『公算學』の「全公算」の定義の部分の「現様」を後の第二篇でわざわざ「原因」のことだと注釈している理由はよく分からない．実際，第二篇「予定公算」はラプラスの第六原理（ベイズの定理）の応用であるから，「現様」より「原因」が適切であることは明白であろう．文献としてあげた洋書すべてで causes(英，仏共通) と表現している．

なお，『公算學』に挙げられている「全公算」の第一例はなんと次の幾何確率，つまり，場合の数の比では表されない例で，しかも如何にも陸軍のテキストらしい例なのである．

> 第一例
> 弾丸ノ AB 線上に落ルノ公算ヲ p_1 トシ，其 BC 線上ニ落ルノ公算ヲ p_2 トスレバ，其 AC 線上に落ルノ公算ハ $P = p_1 + p_2$ ナリ [21]。

『公算學』の著者がいくつかの原書を参考にしながら苦心して執筆に当たったのは間違いないだろう．ただ，『公算學』の著者は「排反事象」という概念を明白には意識していないようだが，その後の川谷・田中の「公算學・射撃學教程」では訳語ではなく [22]，独自に「反排事象」と名づけており，彼らの probability 理解が『公算學』の著者より大幅に深化したことをうかがわせる．

(3.1.3) 川谷・田中の「公算學・射撃學教程」では「事象ノ公算」を定義した後，「公算」について説明する前に「事象」の分類をしているのが特徴である．「複合事象」，「獨立事象」，「關屬事象」，「反排事象」，「反排原因」である．この中で最後の「反排原因」だけが

[20] §4.4 節を参照されたい．

[21] 文章の後に線分が図示してある．幾何確率は誤差論で必須の連続分布を理解するためにも必要である．かと言ってまともな教科書ならば林・刈屋の「公算論」の第十二章「幾何學的公算」のように，必ず別に節あるいは章を立てて改めて説明するはずで，古典確率論の最初の段階の例としていきなり登場することはない．有限集合ではないからである．このテキストの著者は数学者ではないのではないだろうか．

[22] (5.5) を参照されたい．後述する C.Smith の本を参照した可能性はある．

気になるが，これは後で出てくるベイズの定理（「ベイエス」ノ則）を紹介するための準備かもしれない．例えば，複公算は「複合事象」の公算に対応していることは容易に想像できる．しかし，全公算に対応する事象，全事象という言葉は見当たらない．

続く第二條 注意，では二個のサイコロを同時に投げて生じる 36 個の場合の出る目のペアの表を掲げているが，同じ表は Liagre の本の p.24，Lacroix の本の p.11 にある（但し A,B を甲乙に変えてある）．

この本では他の多くの類書や『公算學』とは異なり，Laurent の本と同様に複公算を先に説明し，続いて「全公算」と題する小節に移り，全公算の説明がしてある．やはり「全公算の原則」は単なる加法公式ではない，という認識があったのであろうか．複公算を先に説明した後，「全公算」という小見出しをつけて次の條で「全公算」を説明している．

第十六條：

所望事象ハ諸種ノ原因 (或ハ諸種ノ現様ニテ) ヨリ出顕ヲ得ルトキハ其全公算ハ各原因 (或ハ各現様) ニ應スル其公算ノ和ニ等シ

続いて，「複合スルコトアリ 或ハ否ナルコトアリ 又互ニ相反排スルコトアリ 或ハ否ナルコトアリ」，と各原因の在り方は様々であることを説明して，反排事象の場合の加法公式 $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$ と反排事象でない場合の公式 $P(A \cup B) = P(A - B) + P(B - A) + P(A \cap B)$ を Laurent の本の p.52–p.53 にある数値例と同じ例でもって示している．つまり，単なる (一般) 加法公式である．しかし同時に，Liagre の本の例 (p.48–p.49) と，『公算學』にもある同じ例（第二例) を説明しており単なる加法公式より広い意味を含ませているのかもしれない，

(3.1.4) 林・刈屋の「公算論」では川谷・田中の「公算學・射擊學教程」と同じ反排事象という用語を用い，対する公式を「公算ノ加法ノ定理」と称しているが，「注意」として「此定理ヲ全公算ノ定理ト云フコトアリ」と注釈しており，Bertrand と同様に「全公算の原則」を単なる加法公式だと理解していることが分かる．

3.2 「複公算」とは何か

複公算は $P(A \cap B)$ を意味している．3 節に挙げた仏語の文献ではすべて probabilité composée となっている．ただ, 元になる事象については, Laurent の本では Lorsqu'un événement E se compose de concours de plusieurs autres $e_1, e_2, e_3, \ldots$,(p.43) と少々くどく表記しているのに対して Liagre の本 (p.46) や Bertrand の本では簡単に événement composé(p.25) となっている．『公算學』では事象に対して名称を与えていないが，川谷・田中の「公算學・射擊學教程」では「複合事象」と名づけている (十頁)．

さて，複公算に関する乗法公式で最も問題となるのは事象の独立性である．(2.2.4) で述べたようにラプラスは事象の独立性を無定義語として導入し，実際には例題を見る限り，いわゆる「独立試行」のことをさしているのであるが，後続の文献ではどう理解・認識されているか，邦書を中心に文献毎に検討してみる．

(3.2.1) 『公算學』の第四章で複公算を定義して，いわゆる乗法公式を次のように説明している．

若干事象相共ニ生起シテ成立スル事象ノ公算ヲ複公算ト称すス。一事一象ノ複公算ハ，此事象ヲ成立スル若干事象ノ公算（之ヲ単公算ト称ス）ノ相乗積ニ等シ。（以下，Liagre の p.46 にある例で説明）

ところが，よく読むと「若干事象」が独立事象であることが明記されていない．対応すると思われる Liagre，p.46 を見ると "plusieurs événements *indépendants*" とはっきり書いてある．しかし，続いてそれを簡単にまとめた文章では，

Ou plus brièvement :

La probabilité composée est le produit des probabilités simples.

となっていて，「独立性」の仮定がない．ここは単なる覚書，スローガン的説明でそれ以前に独立事象の場合であることは散々説明した後だから Liagre の本を読んでいる限り誤解の恐れはないのであるが，『公算學』の著者は独立事象がどういう概念であるかを理解しないまま前段を飛ばしていきなり簡略したまとめの部分だけを翻訳した感じである．

(3.2.2) 川谷・田中の「公算學・射撃學教程」ではまず，第十二條（十二頁）において，「複合事象」の公算は各「單事象」の公算の「相乗積」に等しいことを述べていて独立事象であるという条件が付いていないので紛らわしいのであるが，実は次の十三條（「單事象互ニ獨立ナル場合）と十四條（單事象關屬スル場合」）ではっきりさせている．特に他の類書と違う特徴は「B 事象ノ既ニ成就セル後 C 事象ノ出顯スヘキ關係公算」（十八頁）という現在の条件付き確率の概念を表す「關係公算」という用語を導入したことである．この用語を使うことで，複合事象の公算が各単事象の公算の積で表される，という (一般) 乗法公式を表現しているわけである．残念ながらこの用語は林・刈屋の「公算論」等後の文献には引き継がれていない．

次の第十五條で，關屬する事象の他の例として非復元抜き取りの例が取り上げられているが，Liagre の本の §18(p.47) を参照しているように思われる．

(3.2.3) 林・刈屋の「公算論」では「從屬事象」を「甲事象ノ生起ガ乙事象ノ生起ニ關係ヲ及ボシ之ヲ許否スル時乙事象ハ甲事象ニ從屬スト云フ」と説明し，サイコロを 2 回投げる例で説明しているが，事象の表現上の問題で本質的には独立試行，つまり独立事象である．かつ従属事象に対する乗法公式はその後でも示さず，独立事象の説明に移っている．このあたり，林・刈屋は確率論をよく理解していないのではないかと疑われる．この点は川谷・田中の公算學・射撃學教程より後退しているのではないだろうか．

3.3 ベイズの公式は如何に認識されたか

(3.3.1) 『公算學』の第二篇 予定公算の第九章に「ベー氏ノ設言セシ法則」(ベイズの公式) が紹介してあるのだが，その導入のための例題の解法の説明に「複公算及ビ全公算ノ原則ニ拠テ」とあるので，この本の著者は結局「全公算ノ原則」を加法公式としてしか理解していないように思われる．なお「ベー氏の設言」の数式展開は Liagre の本や Laurent の本のそれと酷似しているが，よく理解しないまま書き写したという印象の数式もある．

Liagre の本の §55(p.145) のいわゆるベイズの公式 Règle de Bayes の解説と式を用いた証明中には「d'après le principe des probabilités composées,」(p.146) とあるが，le principe des probabilité totale は見いだせなかった．

(3.3.2) 川谷・田中の「公算學・射擊學教程」ではベイズの公式（「ベイエス」ノ則）は，第二章 後定公算 (probabilité à postériori) のところに登場する．現代の感覚で読むと，「關係公算」という条件つき確率の概念（用語）を用いているため，『公算學』は勿論 Laurent，Liagre，Bertrand の本と比べても分かりやすく説明してあるように感じられ，著者の確率概念理解が深まったという印象を受ける．なお，式の変形中，「復公算ノ要領ニ由テ」，「全公算ノ則に由レハ」という言いまわしもあるが，『公算學』を踏襲したのだろうか．前述したように，「全公算ノ則に由レハ」という表現はベイズの公式についての説明のところでも Liagre の本には出てこない．

(3.3.3) 林・刈屋の「公算論」では第六章「原因ノ公算」のところで「原因ノ公算ニ關スル定理」（ベイズの名前は出していない）の証明ではそれ以前には説明していない「從屬事象ノ理ニヨリ」とあり，『公算學』にあった「全公算の原則」は出てこない．乗法定理のところでは独立事象に対する場合しか乗法定理と呼んでいないから，本来はそこで「從屬事象の理」つまり条件つき確率を説明すべきだったのではないだろうか．反排事象に対する公式は現在の高校数学と同様に「加法ノ定理」と呼んでいる．

なお，「原因ノ公算ニ關スル定理」に対しては二つの証明を与えているがその第二証明は Laurent のそれと酷似しているように思われる．

ベイズの公式は著者にとっても理解・認識に苦労したとみえて，繰り返し注意している．曰く，

> 注意．原因ノ公算ヲ求ムル問題ヲ變形シテ遂ニ事象出顕ノ公算ヲ求ムル問題ニ誘歸シタル點ハ論理ノ妙味アル所ナルヲ以テ讀者ハ繰返ヘシ熟讀スルコトヲ要ス．(70 頁)

例題を解いたあと，「べいずノ公式」に二通りの証明を紹介して曰く，

> 注意．兩証明ノ根原ハ素ヨリ全同一ナリ．唯其言廻シガ異レルノミ．讀者ハ何レカ一方ヲ會徳シ後ニ繰返ヘシテ他方ヲ熟讀スルトキハ公算論ノ味ヲ解スルニ於テ利少カラザルベシ．(73 頁)

4　Probability の訳語が「確率」に確定した以後の状況

Probability の訳語に関しては中塚利直氏の詳しい研究がある (2008,[26])．彼によると，大正 5 年頃に probability の訳語として東京帝國大學の藤澤利喜太郎が「確率」と定めた由[23]．なお，1908(明治 41) 年の林・刈屋の「公算論」が出版された以後，probability に関する一般向け数学書の出版はしばらく途絶えている．理由はよく分かっていない．しかし，大正時代末から昭和初期にかけて次々と「確率論」の本が出版され始める．因みに陸軍内でのテキストでは probability は一貫して「公算」が使われている[24]．

[23]前々回 (78 頁–79 頁) でも補足説明をした．

[24]ただし，一般社会では kōsan と発音されているが陸軍内では kōzan と濁って発音されていたようだ．前回,68 頁または [40] を参照のこと．

大正末から昭和の初めにかけて何冊か出版された一般向け「確率論」の教科書の特徴は，確率の数学的定義としてラプラスの第一原理に基づく場合の数の比で定義する他に頻度論的，あるいは経験主義的確率の定義も合わせて採用していることである．ただし，両者の関係については著者毎に見解の相違がある．(弱) 大数の法則を媒介にして結びつくラプラスの定義と頻度論的確率が何故我が国で同値な別の定義として採用されたかの経緯については後の 5 節を参照されたい．

最後に昭和 10 年代，古典確率論に代わってコルモゴロフによる公理的確率論が登場するまでの気になった本と，実は total probability, the law of total probability という言葉は最近復活しているということを紹介する．

4.1　末綱の「確率論」

（末綱恕一,1941, 昭和 16,[32], 確率論，岩波全書）

古典確率論を紹介している最後の一般向け数学書と思われるのが昭和 16 年に出版された，東京帝國大學教授末綱恕一によるこの「確率論」である．内容的にはベイズの定理に至るまで数学者らしくラプラスの定義，つまり場合の数の比に基づいて厳密に証明してはあるが，必ずしも数学的に厳密には定式化し切れなくてラプラス自身が散々議論していた probability の微妙な部分の説明は完全に捨て去られており，先行する類書に比べてみて何とも見劣りがする．当時はすでに発表されていたコルモゴロフの公理系 (1933,[20]) の論文を文献として引用しているにも拘わらずである．彼はフォン・ミーゼスのコレクティーフに関心があったらしく，附録として 10 頁ばかり解説している．近代確率論の発展の方向を見誤ったというべきであろう．

4.2　伏見の「確率論及統計論」

（伏見康治,1942, 昭和 17,[10], 確率論及統計論．河出書房）

この本についてはすでに初回 (61 頁) で触れたが，第二章 確率論 の序論には確率論小史と共に「確率」の意味について哲学から物理学に至るまで幅広く文献と共に簡単な解説を加えている．また，「確率」の定義に関してはコルモゴロフの公理主義に基づいている．ところが，よく読むとコルモゴロフのオリジナルな公理を書き換えて有限加法的測度で確率を定義しており，残念ながら真にコルモゴロフの可算加法的測度に立脚した完全な公理的確率論の我が国への導入は次の伊藤清を待たなければならなかった．

ところが，今回改めて読み直してみると，何と (2.2.7) で紹介した公式 $(*)$ を Bayes の定理を説明する前に「完全確率の定理」として証明付きで紹介しているのである．これこそこの後紹介する，今世紀になってから出版された高橋の「確率論」(2008,[33]) に出てくる「全確率の公式」に他ならない．伏見が何を参考にしてこの公式を紹介しているのか出典は明らかではないが，参考文献表を見る限り当時の最新の書物が多く，陸軍関係の書物は皆無でむしろ統計関係の書物を典拠にしているのではないだろうか．

4.3　伊藤の「確率論の基礎」

（伊藤清,1944, 昭和 19,[12]．確率論の基礎，岩波書店）

彼はこの本の「序」の冒頭において

「“確率トハ るべーぐ測度 デアル” コノ言葉程確率ノ數學的本質ヲ衝イタモノハナイ.」

と喝破し，ここに初めて我が国における近代確率論が紹介されたのである．もちろん，それ以前に S.Kakutani([13]), Y.Kawada([14]) 等の日本人研究者による公理的確率論に基づく欧文の研究論文は既に多数発表されていたことを忘れてはならない.

4.4 高橋の「確率論」

（高橋幸雄,2008, 平成 20,[33]．確率論，朝倉書店）

最近ふと気になってネットで検索したところ，英語版の Wikipedia に “Law of total probability” という項目があることを発見．内容はまさしく伏見の「完全確率の定理」と同一の公式を指していた．ただ，ここで挙げてある文献は大半が今世紀になってからのものであった．もっとも古い文献は 1965 年 ([27]) である．ところが，内容をよくみると，“to need for distinguishing total probabilities and conditional probabilities.(p.49)” となっており，条件つき確率 $P(\,\cdot\,|E)$ に対して通常の確率 $P(\,\cdot\,)$ を “a total probability measure” その “the values” を “total probabilities” と呼んでいて (p.43)，the law of total probability という言葉は全く出てこない．むしろ §2.1 で触れた Liagre の la probabilité absolue のことである．この本の著者の肩書きをみると，Prof. of Electrical Enginearing となっており，Liagre も軍人であって数学者ではない．察するに，Laurent の principe de la probabilité totale と la probabilité totale は数学者，工学者そして恐らく統計家の間でかなり違った理解のされ方をして引き継がれていったのではないだろうか.

改めて日本語の文献を図書館で探したところ偶然に高橋の「確率論」を見つけた．この本の 41 頁の定理 3.4 全確率の公式（場合分け公式）がそれであり，伏見の「完全確率の定理」に他ならない.

理系の確率論の講義ではベイズの定理はあまり重要な役割を果たさない上，定理の証明も加法定理と (一般) 乗法定理で簡単に証明できるのであまり重視されない．その後の発展した数学としての確率過程論でもベイズの定理は重要な役割は果たさない．そのためであろうか，林・刈屋の公算論以降の数学書で「全公算の原則」は消滅したと思っていた．しかし，Laurent の Principe de la probabilité totale は伏流水となって脈々と生き続けたようだ．近年ビッグデータ解析に絡んでベイズ統計学が復権したらしく，その関係もあるのであろうか.

5 代数学に含まれる probability

§2.1 節において，我が国最初の数学的意味の probability 理論を紹介した邦書は陸軍士官学校編の「公算學」([36]) であると述べたが実は年代的に数年早い明治 16(1883) 年には「代数学」の翻訳書を通じて数学的意味の probability 概念はすでに紹介されているのである．本節では軍事技術習得に動機づけられた陸軍の「公算」とは別の系譜として「代数学」の中に登場する probability 概念について考察する．取り上げる文献は

★1. 長澤龜之助譯述・川北朝鄰校閲：代數學 (1883, 明治 16,[35]).（長澤訳の「代數學」，と略記する）．と

★ 2. 藤澤利喜太郎・飯島正之助共譯，代數學教科書，第四巻 (1891, 明治 24,[6]（藤澤・飯島訳の「代數學教科書」，と略記する）

である．原本はそれぞれ， I. Todhunter(1870, 明治 3,[35]), Algebra for the Use of Colleges and Schools, with Numerous Examples（Todhunter の本，と略記する）と Charles Smith(1888, 明治 21,[6]), A Treatise on Algebra（C.Smith の本，と略記する）である．何れも中学・高校（あるいは大学初年級）用の代数学の教科書として書かれており，大著である．その後半の順列・組合せや二項定理の後に probability という 1 章を設けてラプラスの第一原理から第七原理に相当する内容が豊富な例と共に一通り解説してある．ただ，頁数からいうと C.Smith の本の対応する章の分量は Todhunter の本のそれの約半分である．確率論史に関する著作 ([34]) もある Todhunter の本の方が内容的に充実しており，ラプラスの確率論により忠実であるという印象を受ける．文献に即して少々解説してみたい．

(5.1) 長澤の「代數學」は代数学の教科書 Todhunter の本の忠実な訳書であるにも拘らず，数学的 probability 概念を結果的に最も早く我が国に紹介した文献であると位置付けられる [25]．内容的にもラプラスの第一原理から第七原理までを過不足なく説明している．長澤は probability を「適遇」と訳している．ただ，残念ながらこの訳語は殆ど広まらなかった [26]．訳者の長澤自身，「代数学」の教科書を訳しているつもりだろうから，どこまで数学的意味の probability を理解していたかは甚だ疑わしい．従って，長澤の仕事は残念ながら，我が国における数学的 probability 概念受容史の「前史」であって，本格的導入，受容は 5 年後の『公算學』を待たなければならなかった．

(5.2) 藤澤・飯島訳の「代數學教科書」の共訳者飯島正之助は藤澤以外の人間と多くの学校用数学参考書を編纂しているが，本書だけは文部省検定済である．長澤が民間数学者だったのに対して [27] 飯島正之助の肩書きは理學士であり [28]，もう一人の共訳者藤澤利喜太郎の肩書きは「大學教授理學士ドクトル」である．彼のお蔭か，この本は尋常師範學校・尋常中學校教科用書として文部省検定済と表紙に明記してある．そのためもあってか，この本はその後文部省傘下の学校教育の「確率論」と数学者の probability 概念の理解に必ずしも好ましくない多大な影響をもたらしたと思われる．その点について少々検討してみる．

(5.3) 藤澤・飯島訳の「代數學教科書」の第三十編「確カラシサ」は原本の CHAPTER XXX Probability に対応しており，この訳語が藤澤の提唱した訳と一致しており，また飯島の経歴からして数学的意味の probabilty を理解していたとは思われない故，少なくともこの編の訳は藤澤が主導したと見做して間違いないであろう．以下ではこの編に関しては藤澤が訳したと見做して考察を進める．

---

[25] もっと以前から統計関係者はケトレーの統計学を通じて数学的意味の probability 概念に接していたのかも知れないが，体系的な理解にまでは至っていなかったのではないのだろうか．中塚論文 ([26],68 頁–69 頁) を参照されたい．

[26] 安藤 ([1],187 頁) によると，海軍兵学校が 1893(明治 26) 年に制定した規則で「適遇法」が教授されているから長澤のテキストが使われたのではないかと推測している．しかし，もともと代数学の教科書であるから，彼等の必要とするはずの「誤差論」に直ぐには結び付かない．海軍は陸軍ほどには「誤差論」を理解する動機が強くなかったように察せられるが陸軍程には関連する文献が残されていない．

[27] 明治・大正期に最も活躍した民間数学者の一人である長澤亀之助の著訳書は 150 冊にも達し，全国の学校に広く使われた教科書も少なくないと言われている ([29],127 頁).

[28] ただし，東大数学科の卒業生名簿には見当たらない．

(5.4) 藤澤は 1887(明治 20) 年帰朝して間もない 1889(明治 22) 年 7 月に数学の専門書ではない「生命保險論」([7]) を出版し，その中で probability を「確カラシサ」(鍵括弧「」も含む）と訳すのが妥当であるということを縷々説明していることはよく知られている．実は同書が出版される半年程前に彼は大学通俗講談會において「生命保險論」について講演を行っており，その時の要約が当時の毎日新聞明治二十一年 (1888) 十一月六日の紙面に紹介してある．その記事を読むと「確カラシサ」(記事の地の文章は平仮名であるにも拘わらず，この単語だけは鍵括弧つき片仮名表記）について probability の訳語であることには触れずに具体例を通じて「確カラシサ」に階級があることを縷々説明している．後年学術用語らしからぬ，訳語として使い勝手が悪いと散々悪評を被るこの訳語も好意的に解釈するならば，藤澤は庶民も関心を持つであろう生命保険についての学理の説明に当たって可能な限り庶民に分かりやすい日常用語で説明したかったのではないだろうか．残念ながらその後の経過を考えると彼の主観的善意は殆ど理解されなかったようだ．

(5.5) Todhunter の本も C.Smith の本も共に総頁数は約 600 頁に及ぶ大著である．その中で，Probability という章は Todhunter の本で 35 頁，C.Smith の本で 18 頁であるから，頁数で比較する限り C.Smith の本の方が説明が簡略である．しかし，内容的には加法定理，乗法定理，逆 probability(但しベイズの名前は登場しない) に加えて Todhunter の本にはない Probability of Testimony(證據ノ確カラシサ) という小節がある．従って，C.Smith の本は Todhunter の本に比して説明が簡略であるという印象を受ける．ただ，exclusive events, independent events, dependent events という用語を導入しており，その点は Todhunter の本より明快である．この部分は川谷・田中の「公算學・射撃學教程」に影響を与えた可能性はある．(3.1.3) でも指摘したが，彼らはそれぞれ「反排事象」,「獨立事象」,「關屬事象」と訳している．それに対して藤澤は「同時ニ成立ツコト能ハヌ出來事」,「關係ナキ出來事」,「關係アル出來事」と極めて冗長に訳している．日常用語に近くて分かりやすい訳語を心がけたのかもしれないが，やはり学術用語には適さないだろう．このことは probability の訳語「確カラシサ」についても夙に指摘されていて，林・刈屋の本の「公算論」の序で，林は藤澤の訳が適訳であることを認めつつ「毎頁幾回トナク用ヒラルヽ此語ニ對シテ，又此語ニ他ノ語ヲ冠セシムルコトヲ要スル場合ニ於テ，一々「確カラシサ」ト云フハ長クシテ不便ナリト思ヒ」やむを得ず採用しなかったと述べている．実際，確かに藤澤の訳文を読むと，長澤の「代數學」よりずっと日本語らしくなっている (安藤,[1], 183 頁) かもしれないが，1 頁に「確カラシサ」と「出來事」(event) が繰り返し出て来ると日本語らしさ以前に冗長に感じられる．逆「確カラシサ」(Inverse Probability) に至っては正に林の指摘する通りである．

(5.6) 藤澤・飯島訳の「代數學教科書」の第三百九十九條 「確カラシサ」ノ一般ノ定義ハ左ノ如シ の部分の原文は the definitions of *probability or chance:*となっている．つまり藤澤は chance を訳していない．教科書として訳しているから生徒に無用な混乱を与えないように，という配慮かもしれないが，このことは後々まで尾を引いていて，原文では exclusive events のところで通常 probability と書くところをすべて chance(s) と言い換えてある．その後も例題のところでは殆ど Find the chance of ,,, という表現を使っているが藤澤訳では当然それらはすべて「確カラシサ」ヲ求ムベシ，となっている．長澤の「代數學」では原文に忠実に訳したせいもあるが probability を適遇，chance を遇起，と訳し分けている．Chance

は現在でもチャンスという表記で日本語になっているようになかなか漢字訳が難しい概念であることを思うと藤澤は単に無視するのではなく，註をつけるなりしてもう少し拘ってもよかったのではないだろうか．因みに藤澤が編纂した数学用語の英和対訳字書 (1891, 明治 24,[41]) には probability の訳語として，確カラシサ，しか載っていない．chance は，奇遇，となっているが，数学用語として使われた例はあるのだろうか．察するに，この「字書」は学会ないし教科書で使用されている訳語を集めたのではなく，藤澤がこう訳すべきである，と考えた規範的訳語を載せているのではないだろうか．

(5.7) C.Smith の本と，陸軍の『公算學』や川谷・田中の「公算學・射撃學教程」が参考にしたと思われるフランス語の洋書，3 節で紹介した Laurent の本，Liagre の本，Bertrand の本との決定的違いは，彼の本が probability に同値な定義として二通り与えていることである．一つは言うまでもなくラプラスのそれである．もう一つはいわゆる（弱）大数の法則に基づく頻度論的定義である．C.Smith の本の p.505 には (弱) 大数の法則にあたる内容を説明した後，“consistently with the former definitiion, that the probability of an event is,,,” として “in the long run” に於いて総数に対する生起した回数の比をこの事象の probability であるとしている．ただし，この in the long run は極限操作を意味しているわけではないようである．実際，その後に挙げてある例を見ると，たとえば 41 人の新生児のうち 21 人が男児ならば男児が生まれる probability は $\frac{21}{41}$ であると述べているからである．何を根拠に C.Smith が consistently と述べているのか明確ではないが，少なくとも本稿で紹介した他の洋書では採用されていない．藤澤はこの「條」の終わりに次のような注記をしている．

> （譯者曰く，爰ニ「確カラシサ」ニ前後二様ノ定義ヲ掲ゲリ，而シテ此等兩様ノ定義ハ相異ナレリ，本來「確カラシサ」ノ定義ハ前ナルモノナリ，後ナルハ通例經驗的「確カラシサ」(Empirical Probability) ト稱スルモノニシテ全ク別物ナリ，原文之ヲ同一視ス，其當ヲ得タルモノニアラズ）

藤澤はこの点については相当の拘りを持っていたと思われる．彼は後年 (1894, 明治 27,[8]) 東洋學藝雑誌という雑誌に「統計活論」と題する論文を投稿して統計および統計学者を手厳しく批判した．それに対する統計学者の反論もすさまじく，藤澤はさらに「再び統計を論ず」という反論記事を同じ雑誌に投稿している (同年,[9])．その中で彼は

> 大數の法則は公算にあらず，公算は大數の法則に至る道程にして大數の法則は最後の目標なり，此二者は全く別物にして吾人は之を混淆するを避くるに注意せざるべからず，

と明確に主張している．なお，面白いことに藤澤はこの論文では probability のことを「公算」と呼んでいる．彼の流儀に従うならばここは「確カラシサ」と表現すべきところである．彼自身この訳語が学術論争等に用いるには不適当だということを認めていたのであろうか．

(5.8) 藤澤の強い「警告」にも拘わらず probability についてのこの二様の定義は後々我が国の数学者および数学教育界に禍根を残しているように思えてならない．たとえば，藤澤・飯島訳の「代數學教科書」のずっと後に恐らく我が国最初の数学的 probability 理論を解説した一般向け数学書で，本稿でも紹介している林・刈屋の「公算論」においても「理

論的定義」と「經驗的定義」の二様の定義を与えている．ただし，経験的定義は相対的頻度の極限で定義しているから彼らは in the long run を C.Smith とは異なり極限操作と理解したのではないだろうか．そして両者の関係について彼等は

> 故ニ此點ニ於テ兩者全ク一致ス．故ニ次節ノ定理ノ證明ニ於ケルガ如ク何レノ定義ニ從フモノトスルモ同一ノ終結ヲ得ルコト多し．
>
> 而シテ經驗的定義ニ從ヘルトキ實驗若クハ觀測ノ回數 N ヲ無限ニ大ナリトセバ其公算の極限ハ理論的定義ニ從ヘル公算トナルモノトス．其何故ニ然ルヤハ證明スルヲ得ズ．公算論ガ遵奉スベキ所ノ一原理若クハ一公理トナシ置クベシ．(6 頁)

と説明しているが，林・刈屋は大数の法則を理解していなかったのではないだろうか．林・刈屋の「公算論」以降，初回 (2018(1),[17]) で紹介した昭和初期までに出版された 5 冊ほどの確率論の数学書（代数の本も含む）はことごとく probability に対して二様の定義ないし説明を与えている．ただ，両者の関係については著者毎に説明が相当程度異なっている．藤澤が強調しているように「両者は全く別物」だから当然の帰結である．

大學教授理學士ドクトル藤澤利喜太郎の権威を以ってしても中等程度の数学教科書の著者にすぎない英国人の権威に及ばなかったということであろうか．現在に至るまで連綿と続く我が国の欧米崇拝の根深さを思い知らされる一例ではあろう．数学界の方では，その後ルベーグ測度論に基礎づけられたコルモゴロフによる公理的確率論に取って代わっているので，二様の定義を与えるようなバカげた習慣は残っていないが，数学教育界の方ではどうもそうではないらしい．文部省学習指導要領高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）解説を文科省の HP で覗いてみると，「場合の数と確率」という小節の中で最後に「論理的な確率及び頻度確率を扱うものとする。」となっているが，両者をつなぐ理論的説明は皆無である．理数科の生徒を対象にした高校数学の内容がこのように没論理的では「役に立たない」だろう．思えば，藤澤はこと志に反してとんでもない「悪書」の翻訳に手を染めてしまったようだ．

(5.9) C.Smith の本の内容をもう少し詳しく検討してみる．

この本では Probability の章の最初の Article 399 で probability or chance の定義を与えた直後の example で一つの bag の中に数は分からないが黒玉と白球のみが入っている bag から一つの球を取り出すとき，黒であるか白であるかは equally likely に分からないから黒か白の何方かの球を取り出す probability はそれぞれ $\frac{1}{2}$ であると説明している．しかし，これはラプラスの説明を逸脱している．ラプラスはそこまで「無知」ではない．本稿 (2.2.1) の第二原理のところを参照されたい．実際ラプラスは黒と白の球の構成比が未知な場合は第六原理の所 (いわゆるベイズの定理）で具体的に考察している (内井 35 頁–36 頁).

(5.10) C.Smith の本が Empirical Probability をラプラスの定義と同値な定義であるとしている理由を忖度すると，彼は Article 406, Inverse Probability の條でいわゆるベイズの定理をこの定義を用いて証明するためだったのかもしれない．しかし，本稿で取り上げた他の洋書をみると，この定理はすべて加法定理と（一般）乗法定理を用いて証明してある．つまり Empirical Probability を持ち出す必要はないのである．

(5.11) 最後に藤澤・飯島訳の「代數學教科書」が，我が国の数学的 probability 概念の理解・受容に，果たしてどの程度の影響を与えたのかについて若干の考察を加えたい．

(5.11.1) まず最初に思うことは，「代数学」の教科書の第四巻に登場する「確カラシサ」が本当に授業で教えられたのであろうか，という疑問である．教える側の教師はいつ，どこで「確カラシサ」の理論を学んだのだろうか．「代数」や「幾何」については必ずしも正規の学校教育を受けていない多くの数学者が明治初期にはすでに活躍しているから問題はないのであるが，当時はまだ数学的意味の probability 理論は軍事技術である弾道学に携わる陸軍のごく一部の人間にしか知られていなかったと思われる．師範学校の教師が「代数」の授業でこの章をスキップすればその卒業生もまた同様のことをせざるを得ないのは理の当然である [29]．

(5.11.2) 明治時代に数学的意味の probability がどこまで世間に浸透していたかの指標として国語辞典を調べてみた．すると，明治時代の国語辞典を網羅した影印である大辞典 (2008,[44]) には数学用語として「代数」,「幾何」,「點竄」(和算が行う代数) は採録されているが,「公算」,「適遇」,「確からしさ」は載っていない [30]．次に 1928(昭和 3) 年発行の改修言泉第貳巻 ([42]) をみると，「こう-さん (公算)」の項に「數」(英 probability) とあり，ラプラスの定義が説明してあり，「てき-ぐう」(適遇) の項 [31] には「數」(公算に同じ) とあるから「公算」が数学的意味の probability の主たる訳語であると理解されていることがわかる．「確率」はもちろん,「確からしさ」という語は出てこない．最後に 1942(昭和 17) 年発行の「辭苑」四百十二版 ([43]) をみると，こう-さん (公算) の項は改修言泉第貳巻と全く同じ説明がしてあるが,「適遇」,「確からしさ」はもちろん,「確率」も採録されていない．昭和 10 年代には数学の分野ではすでに「確率」が「公算」にとって代わって使われているにも拘わらずである．

(5.11.3) 以上の通り，C.Smith の本を種々の視点から考察してきたが，結論的には数学的意味の probability 概念の理解・受容史において決定的であったのは文部省配下の学校教育ではなく，軍事技術の基礎的学理として強い関心を持っていた陸軍軍人による理解・受容であり，さらに恐らく徴兵された兵隊達や関連する人々を通じて多少意味が曖昧になりながら陸軍が最初に用いた「公算」という言葉が広く我が国に普及していったのではないだろうか [32]．

6　まとめ

(6.1) 明治 10 年代後半から明治 20 年代にかけて，翻訳とはいえ年代的には最も早い長澤の「代数學」(1883, 明治 16) や「公算」という probability の訳語と共に後の我が国に大きな影響を残した陸軍士官学校編の「公算學」，続いて同じく陸軍砲兵将校によって執筆された川谷・田中の「公算學・射撃學教程」および明治 16 年，フランス留学を終えて帰国し，東京大学理学部星学科教授に就任した寺尾壽による「最小二乗法」「誤差論」のための「プ

[29] 実は私の高校時代も大学入試の範囲外だということで確率・統計はスキップされた記憶がある．

[30] 藤澤利喜太郎が主導して定めたと言われる「確率」が数学的意味の probability の訳語として登場するのは 1916(大正 5) 年以後である．その間の経緯については中塚利直 (2008,[26]) に詳しく解説してある．前々回でも紹介した．

[31] 前回，71 頁の脚注 9 で，「適遇」が国語辞典に採用されたことはないようだ，と書いた部分は取り消す．

[32] ただし，発音に関しては前回 (68 頁) 紹介したように陸軍における「こうざん」ではなく，濁らない「こうさん」に変化しているが．

ロバビリテー」に関する講義等の文献の考察は，我が国に於ける probability 概念受容史を研究する上で非常に重要である．

(6.2) 数学的 probability 概念は最小二乗法や誤差論の理論的基礎であり，さらには軍事技術における学理として特に陸軍砲兵科において必須の教科であったと思われる．その点で数学的 probability のまとまったテキストが我が国の陸軍士官学校において最初に編纂されたのには十分な動機と理由のあることであった．ただ,『公算學』によって数学的意味の probability 概念が初めて理解・受容されたと早急に結論づけることは出来ない．著者が不詳で Liagre の本を主たる種本とし，Laurent の本を参考にしつつ，数学の部分だけを抜粋，整理した印象であるが，肝心の数学的 probability 概念を十分に理解・認識していたとは思われないからである．さらにいうと，題名の「公算學」は Laurent の本の題名に対応した訳であり，もし，Liagre の本の題名を訳するならば後に陸軍砲工學校で編纂される「公算學及誤差學」や「公算誤差學」という題名にするのが自然であろう．ということは，最初はフランス軍士官の養成機関であるエコール・ポリテクニックの教科書であった Laurent の本を参考にして書き始めたが，前回 (88 頁) すでに指摘したが，内容が微積分より高度の知識が必要なフーリエ解析を用いており，微積分の知識だけで理解できる Liagre の本に途中から切り替えたのではないかと推測されるのである．

(6.3) 結論として私は，ヨーロッパに留学することなく，国内で閲覧することの出来た文献や人脈を通じて我が国で最初に数学的意味の probability を理解・認識したのは「公算學・射撃學教程」の著者たちであり，中でも最初にきっちりと内容を理解したのは田中弘太郎 (1864–1938) ではないかと思われるのである [33]．何故川谷致秀 (1859–1928) を外したかというと彼らの経歴等 [34] を勘案するに，川谷は先行する『公算學』の著者ではないかと思われるからである [35]．つまり，田中がそれを「訂正」したのではなかろうか．ただし，フランスで学んで帰国し，帝國大學で最小二乗法・誤差論を教えた寺尾壽とドイツで学んで帰国後直ちに帝國大學教授に就任した藤澤利喜太郎 [36] は別格とする．

(6.4) 数学者として我が国で最初に数学的意味の probability とさらに数理哲学を含むより広い意味の probability 概念までをかなりよく理解したのは「公算論（「確カラシサ」ノ理論）の共著者林鶴一ではないだろうか．この本のもう一人の共著者，林の 3 年ばかり後輩で数学科卒業の刈屋他人次郎は当時すでに陸軍数学教授であり，陸軍砲工学校の公算學・誤差學の教科書を編纂していたと思われるが，微積分を用いた誤差論ではなく数学的意味の probability を十分理解・認識していたとは思われないからである．

(6.5) 林・刈屋の本が出版されたあと，大正末 (1920 年代) に至るまで probability に関する教科書や纏まった邦書は現在までのところ確認されていない．この間，東京帝國大學理学部における probability の講義は星学科（天文学科）の誤差論（最小二乗法）に関する講義に含まれていたと思われるが，数学科として probability の講義が行われていたとは考えられ

[33] 陸軍技術本部高等官集會所編「陸軍大將田中弘太郎傳」(1940) という彼の伝記が出版されており，彼の経歴と人柄を知ることができる．

[34] 安藤 ([2],[3],[4] 第 14 章 (4),150 頁) に彼らの略歴が紹介してある．

[35] 当時の数学教官は『公算學』の著者ではなかったという推測の根拠につては (1.3.3) で触れた．

[36] 彼が帰国後間もなく出版した「生命保険論」(1889,[7]) において probability を「確カラシサ」と訳し，公理的に定義したことはよく知られている．

ない．我が国で probability が純粋数学の一分野としての地位を獲得したのは，ラプラスの古典確率論がルベーグ測度の登場とそれをベースにしたコルモゴロフの公理化 (1933,[20]) によってより厳密に数学的に表現されるようになり，それが伊藤清によって我が国に導入された (1944,[12]) 昭和 20 年前後になってからである．なお，訳語については明治時代の東大の講義では「プロバビリテー」と片仮名表記されていた可能性が高い．帝國大學星学科の寺尾壽の講義を数学科の学生だった吉江琢児が筆写した「吉江先生ノート」(1895, 明治 28,[39]) は全文英語で記されている．以上

謝辞

我々数学科の学生にとって「確率論」というのは数学の 1 分野としてごく当然のように存在している．しかし，「確率」という言葉は我が国に数学的意味の probability が紹介された明治時代には存在していなかった．4 回にわたって「確率論」が確率論と呼ばれるようになった経緯とその内容について，少々マニュアックな話を長々と紹介してきた．しかし，一応の区切りがついたので今回を以ってこのシリーズを終了させて頂こうと思う．今まで掲載を快く承認して頂いた編集委員会と同編集責任者の重川一郎氏に衷心より感謝申し上げます．ご清読有難う御座いました．（完）

参考文献

[1] 安藤 洋美: 2000(H12). 我が国における明治期の確率・統計の教育について．数理解析研究所講究録 1130 巻, 174–188.

[2] ————-: 2005(H17). 川谷致秀と大阪砲兵工廠，大阪の産業記念物 **28**, 9–14.

[3] ————-: 2008(H20). 川谷致秀のこと，理系への数学 **3**, 3.

[4] ————-: 2012(H24). 異説 数学教育史．現代数学社.

[5] Bertrand, J.: 1889(M22). Calcul des Probabilités. Gauthier-Villars.

[6] Charles Smith: 1888(M21). A Treatise on Algebra. Macmillan, 藤澤 利喜太郎・飯島 正之助 共譯: 1891(M24) 代數學教科書第四巻，三省堂.

[7] 藤澤 利喜太郎: 1889(M22). 生命保險論．文海堂.（藤澤博士遺文集上巻，藤澤博士記念会, 1934(S9). 1–118.）

`https://books.google.co.jp/books?id=1gdt9DHR7EsC&pg=PT224&hl=ja&source=gbs_toc_r&cad=2#v=onepage&q&f=false`

[8] —————: 1894(M27). 統計活論　東洋學藝雜誌第百五拾壹號, 155–172.（藤澤博士遺文集上巻 (藤澤博士記念会, 137–155, 1934)

[9] —————: 1894(M27). 再び統計を論ず，東洋學藝雜誌第百五拾参號, 267–303.（藤澤博士遺文集上巻，藤澤博士記念会, 157–198, 1934)

[10] 伏見康治: 1942(S17). 確率論及統計論，河出書房.

[11] 林 鶴一・刈屋他人次郎: 1908(M41). 公算論:「確カラシサ」ノ理論．大倉書店, 數學叢書 ; 第 6 編.

[12] 伊藤 清: 1944(S19), 確率論の基礎．岩波書店.

[13] Kakutani, S.: 1944(S19). Two-dimensional Brownian motion and harmonic functions. Proc. Imp. Acad. **20**, No.10, 706-714.

[14] Kawada, Y.: 1944(S19). Über eine verbandstheoretische Begrundung der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Japanese Journal of Mathematics.* **XVIII**, 887–976.

[15] 川尻 信夫: 1976(S51). 幕末における西洋数学受容の一断面．思想．岩波書店,No.628,1544–1563.

[16] 川谷 致秀・田中 弘太郎: 1891(M24). 公算學射撃學教程．兵林館.

`http://dl.ndl.go.jp/info:ndljp/pid/844757`

[17] 河野 敬雄: 2018(H30),2019(H31),2020(R1). 公算 vs. 確率 (1),(2),(3)—probability とは何を意味するのか—．京都大学理学研究科・理学部数学教室同窓会誌 2 号，49–71. 同 3 号，64–93. 同 4 号，68–95.

`https://www.math.kyoto-u.ac.jp/alumni/index.php?page=bulletin`

[18] ————-: 2021(R3). 「全公算」とは何か：明治期 probability 概念受容史の一断面．RIMS Kôkyûroku Bessatsu, B85,155–181.

[19] 河野 敬雄・中山 素生. 2020(R2). 藤澤利喜太郎著『生命保険論』にみる数学者の社会貢献の在り方．RIMS Kôkyûroku Bessats, B81,33-52.

[20] Kolmogoroff, A.: 1933(S8). Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, II 3.* Springer. 根本伸司，一條洋訳，1969(S44). 確率論の基礎概念，東京図書.

[21] 公田 藏: 2007(H19). 明治前期における「西洋高等数学」の教育．数理解析研究所講究録 1546 巻,230–246.

[22] Lacroix, S.F.: 1864(元治元年). Traité élémentaire du calcul des probabilités. Paris, Mallet-Bachelier.

`https://archive.org/details/traitlmentaired13lacrgoog/page/n9/mode/2up`

[23] Laplace, P.S.: 1814（文化 11). Essai Philosophique sur les Probabilités. 内井惣七訳: 1997(H9). 確率の哲学的試論．岩波文庫青 925-1.

[24] Laurent, H.: 1873(M6). Traité du Calcul des Probabilités. Paris, Gauthier-Villars.

[25] Liagre, J.B.J.: 1879(M12). Calcul des Probabilités et Théorie des Erreurs avec des Applications aux Sciences d'Observation en Général et la Géodésie en Particulier. Bruxelles, C.Muquardt.

`https://archive.org/details/calculdesprobabi00liaguoft/page/10`

[26] 中塚 利直: 2008(H20). プロバビリテーの訳語の歴史．『経営と制度』（首都大学東京社会科学研究科）第 6 号,65–87.

`https://tokyo-metro-u.repo.nii.ac.jp/?action=pages_view_main&active_action=repository_view_main_item_detail&item_id=2034&item_no=1&page_id=30&block_id=155`

[27] Pfeiffer, P.E.: 1965(S40). Concepts of Probability Theory. McGRAW-HILL.

[28] 陸軍文庫: 1882(M15). 砲兵教程 4.

[29] 日本の数学 100 年史上: 1983(S58). 「日本の数学 100 年史」編集委員会．岩波書店.

[30] 小倉金之助: 1942(S17). 明治時代の數學．國民學術協會編　學術の日本．中央公論社.5–108.

[31] ———-: 1947(S22). 明治時代の數學．數學文庫 3．理學社.

[32] 末綱恕一: 1941(S16). 確率論，岩波全書.

[33] 高橋幸雄: 2008(H20). 確率論，朝倉書店.

[34] Todhunter, I.: 1865(慶應元). A History of the Mathematical Theory of Probability from Time of Pascal to that of Laplace. 安藤 洋美訳: 1975(S50). 確率論史ーパスカルからラプラスの時代までの数学史の一断面．現代数学社.

[35] —————————-: 1870(M3). Algebra for the Use of Colleges and Schools, with Numerous Examples. 長澤 龜之助譯・川北朝鄰校閲: 1883(M16). 代數學．東京數理書院.

[36] 上藤 一郎: 2009-2010(H21-H22). 日本における確率論の濫觴 (1)(2)(3)一陸軍士官学校編『公算学』1888 年の復刻とその書誌学的考証一．経済研究（静岡大学）14 巻 2 号,45–62，14 巻 3 号,49–67，14 巻 4 号,139–160. 85 巻 2 号,279–317.

[37] 渡邊 孫一郎: 1926(T15). 確率論．文政社.

[38] 山本 義隆: 2018(H30). 小数と対数の発見．日本評論社.

[39] Yoshiye, T.(吉江先生ノート): Calculus of Probability and Method of Least Squares. (Second year course, 1895)(Lecture of Prof. H. Terao).，東京大学数理科学研究科図書室, .

辞典類：

[40] 平岡 閏造・難波 了三: 1932(S7)/1944(S19). 英和和英，兵語辭典 第 4 版. English-Japanese & Japanese- English Dictionary of Military Terms. 日本文化出版社.

[41] 藤澤利喜太郎編纂: 1891(M24). 數學ニ用キル辭ノ英和對譯字書，訂正増補第二版，博聞本社.

[42] 落合直文: 1928(S3). 改修言泉 第貳巻，大倉書店.

[43] 新村出: 1942(S17). 辭苑，四百十二版，博文館.

[44] 飛田良文，松井栄一，境田稔信編: 2008(H20). 明治期国語辞書大系，大辞典.

2021(令和 3) 年 6 月 30 日 比叡山麓にて

e-mail: kono.norio.58x @ st.kyoto-u.ac.jp
: konon @ hb.tp1.jp