

追悼

楠 幸男先生の業績

柴 雅和

昭和 43 年 学部卒

昭和 45 年 修士修了



楠 教授

楠幸男先生が 2021 年 3 月 22 日に逝去されました。享年 95 歳でした。まずは衷心より哀悼の意を表させていただきます。

ここに追悼文を書く機会を与えられたのは、先生がお若かった頃の弟子の一人であったからだと思えます。長きにわたってご指導を賜ってきただけに、訃報に接したときの喪失感は今もなお続いています。先生ありし日のさまざまな光景が目には浮かび、数々のお言葉が耳に響きます。半世紀を超えて先生の慈愛を受けてきたわけですから、お別れに際して「ありがとうございました」のひとことが思わず迸り出たのも自然なことでした。不肖の弟子を — その研究状況はもとより健康状態に至るまで — 気遣って下さったことをあらためて心からありがたく思い返しています。

ご指導に浴した時間的な長さはさまざまとしても、弟子ひとりひとりが固有の感慨をもって訃報に接したことでしょう。それゆえ、筆者の個人的な思い出はつきませんがそれらはここで一旦抑えることにします。

1. 楠幸男先生はいうまでもなく数学者として研究教育に携わってこられたわけですから、研究上の業績を詳らかにしてその大きさと深さを紹介することから始めるのが正当であると信じるに至りました。しかも、本稿は数学科同窓会誌に掲載されるものですから、大先輩がどのようなテーマをどのような手法と姿勢で、進めてこられたのか、たとえその一端でも書き留めておくことこそが追悼の目的に適うものでしょう。とはいえ、これらをいきなり要領よく紹介する力を筆者は持ち合わせていない上に紙幅の都合もありますから、研究背景を説明するにあたっては概念や用語の感覚的で大雑把な表現をご容赦下さるよう予めお願いいたします。同窓生各位がしかるべき修正を加えつつ読んで下さることを期待するのは筆者の厚かまし過ぎる要求ではないと信じています。

先生は、こんにち複素解析学 (Complex Analysis) と — 函数論あるいは関数論とも — 呼ばれている分野において多くの重要な貢献をなさいました。表層に留まる贅辞を避けるために、ここではとりわけ顕著な業績だけをとりあげることになります。

最も注目すべき業績は「開 Riemann 面上の Abel 積分論」の研究とってよいと思います。その核心となっているのは論文 “Theory of Abelian integrals and its applications to conformal mappings” (Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto Ser. A. Math., **32**(1959) 235–258) ですが、関連する結果が前後に発表されています。Abel 積分とは、ひとことでいうならば、Riemann 面の上で解析接続を通じて得られる (多価な) 解析関数です (「解析関数」は、極などの特異性や多価性を許した広汎な意味で用いられることが多い語です)。そこでは、H. Weyl の名著 “Die Idee der Riemannschen Fläche” (初版 1913 年、増補版 1997 年) に述べられた古典的結果のほとんどすべてが任意の開 Riemann 面の上へと拡張・発展され、さらに等角写像論への応用までもが見事に示されています。第 2 次世界大戦後の複素解析学における大きなテーマのひとつは開 Riemann 面の主として 1 価な解析関数の理想境界やその近傍での振る舞いの研究でしたから、開 Riemann 面上で Abel 積分 — 本質の 1 つはその多価性 — の古典理論に匹敵する理論の構築は、まさに不易流行の好個の例といえましょう。

先生が示された結果の広さや深さをお伝えするためにはもっと具体的に述べる必要があるでしょう。まず、扱われた問題の位置づけや歴史的背景について寸描します。

開 Riemann 面とはコンパクトではない Riemann 面のことですが、位相的には Riemann 球面にいくつかの把っ手 (ハンドル) をつける一方で、(ある閉線分上の) Cantor 3 進集合の閉部分集合を取り除いたものと考えて下さい。とりつけた把っ手は有限または可算無限個で、後者の場合には取り去った閉集合にのみ集積しているとします。把っ手の数は種数 (genus) と、また取り除かれた閉集合は Riemann 面の理想境界と呼ばれます。

以上は開 Riemann 面の位相的複雑さを示すために、実に乱暴な表現をしたもので、このモデル自体が Riemann 面であるというわけではありません。さらに加えて念のための注意：このモデルは、開 Riemann 面の定義から証明されるべき定理で、自明なものではありません。Weyl 流に言えば、このような位相的モデルの上で定義された関数の正則性・等角性を論じることができるときが Riemann 面ということになります。

この位相的複雑さを見ただけでも、開 Riemann 面上で関数論を展開することの — 況や有限性の強い閉 Riemann 面上での美しく整った定理の数々に対応する理論を構築することの — 難しさを悟ることができるでしょう。自然な流れとして、当初は世界的に、何らかの意味で閉 Riemann 面に近い開 Riemann 面を対象として研究が進められましたが、やがて任意の開 Riemann 面の上で、しかしその理想境界の近傍では望ましい振る舞いを呈する Abel 積分の族を考えるようになりました。

楠先生は、上記の論文において、開 Riemann 面上の半完全標準微分と呼ばれる微分 (Abel 微分) の積分として得られる Abel 積分の族に対して古典理論を拡大されたのです。代表的なものとして、Riemann-Roch の定理や Abel の定理を挙げることができますが、さらに進んで Jacobi の逆問題、Weierstrass 点なども扱われています。

半完全標準微分は、非常に大雑把に言えば、実部が理想境界の各成分で定数値をとる（多価な）解析関数の微分です。ここで、複素関数を扱うのに実部だけに制限を課しているところが重要で、まさに正則性の本質を掴み取ったものでした。ほとんど時を同じくして外国でもよく似た試みがありました。定義域である開 Riemann 面ではなくその上の Abel 積分の境界挙動に制限を設けるといふ点においては同じとみなされがちですが、非常に大きな違いのあることがのちに指摘されました。Riemann-Roch の定理や Abel の定理に登場すべき Abel 微分や Abel 積分が自明なものに限られてしまうのです。この相違点とも密接に関係するのですが、楠先生の結果のような応用がありません。古典に範をとりつつも平面領域の等角写像論への — 思想的には Riemann 写像定理や Koebe の一般一意化定理をさえ含む — 応用が示されたのは驚くべきことです。視野の広さを感じる所以です。なお、本節で紹介した理論のより詳しく正確な解説がご著書「函数論 — リーマン面と等角写像 —」（朝倉書店 1973 年、復刊 2011 年）の中にあります。

2. 先生は嘗て Courant Institute (New York 大学) で研究されましたが、その折のホストであった Lipman Bers 教授を 1974 年 12 月に招聘され、京大を中心に連続講演を企画されました。その少し前からわが国でも仙台や金沢の若い人たちを中心として盛んになりつつあった擬等角写像論や Teichmüller 空間論あるいは Klein 群論などの研究に拍車をかける形で大きな貢献をされました。

さらには、この機会に先生と Bers 教授が相談されて、日米でセミナーを行うことになり、この計画はおおよそ 4 年後の 1979 年 1 月に Hawaii 大学 East-West Center における日米セミナーとして実現しました（日本学術振興会と米国 NSF）。日米ほぼ同数、あわせて 30 人余りの、大きくはない研究集会でしたが、米国からは、Lars V. Ahlfors, Lipman Bers, Frederick.W. Gehring, Halsey L. Royden 各教授のほか、当時先端にいる人たちの参加もあって、非常に刺激的な会合でした。先生のご尽力の賜です。



米国側代表者 Clifford J. Earle 教授
(Cornell 大学) と

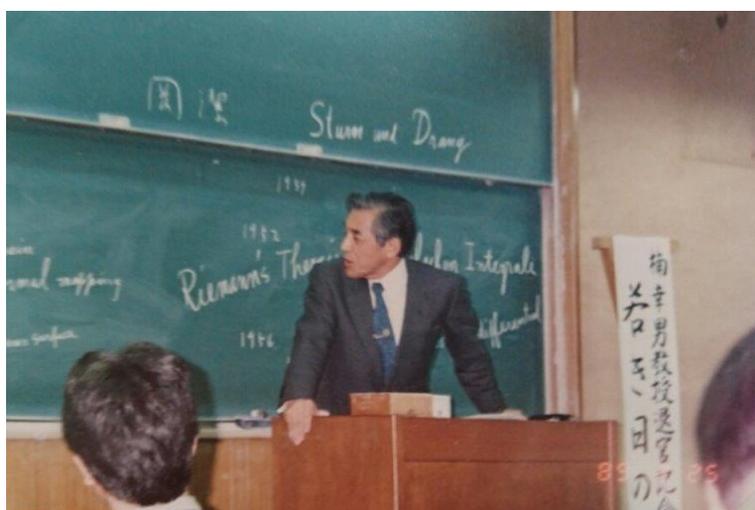
3. 学部学生時代に楠先生の教えを受けた人たちは、若くても今では 50 歳代でしょう。時代の移り変わりを勘案しても端正な講義との印象が共通ではないかと思えます。お洒落でスマート、紳士的な風貌で板書も美しかったことを思い出される方も多いと思えます。

ご退官後も数学への思いを断ち切ることなく、著述を続けておられました。また若

い頃から嗜まれていた絵画にも力を注がれて、単独であるいはお嬢さまと一緒に、展覧会を催されたことも何度かありました。悠々たる中にも緊張した月日を過ごしておられました。

最後に、筆者の個人的な思い出を1つだけ書くことをお赦し下さい。修士論文にとりかかった頃のことです。能天気な私でしたが、ささやかなアイデアをもってご助言を乞うたことがありました。すると先生は、黒板のすぐ近くの席で真剣に耳を傾けて下さったのです。学生の — まだ形になりきっていない — 思い付きに対して1対1で熱心に応じ下さいました。またある時は、新しく導入しようとした概念をどう呼ぶかについて実に長い時間一緒に考えていただきました。これらを通じて「急ぎすぎることなく丁寧に仕事を成し遂げるべきこと」を自ずと学びました。

本稿が先生を偲ぶよすがとなることを心から願っています。



最終講義