

## 消滅定理についての参考文献

藤野 修

代数幾何でよく使われる消滅定理について、いろいろな参考文献をあげておく。もちろん私の個人的な好みで選んだ。今後の学習の助けにして頂きたい。消滅定理と言ってもいろいろあるが、ここで言う定理は小平型の消滅定理のことである。まず、複素幾何の基本的なことは

(1) 小林昭七著「複素幾何」岩波書店

に全て載っている。小平の消滅定理の由緒正しい証明も載っている。ただ、調和積分論の部分は結果だけで、証明はついていない。普通の人はこの程度の記述で困ることは無いと思う。もし調和積分論の部分も証明まで理解したいと言う場合は

(2) P. Griffiths, J. Harris, *Principles of algebraic geometry*. Reprint of the 1978 original. Wiley Classics Library. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994. xiv+813 pp.

か

(3) R. O. Wells, *Differential analysis on complex manifolds*. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, **65**. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1980. x+260 pp.

あたりを読むのが良いであろう。調和微分形式の話、ホッジ理論、消滅定理、小平の埋め込み定理など、全て証明付きで書いてある。ただし、Griffiths-Harris は全体的に記述が大味だし、微妙に現在普及しているのと違う記号使いをしていたりするので、要注意である。もちろん一冊全部読む必要はない。Wells の本はタイトルから分かるように、多様体上の偏微分方程式の話を中心に展開している。しかし、擬微分作用素の話を展開しているのも、解析に興味が無い人にとっては不必要に大掛かりな理論を展開しているという印象を与えるかもしれない。この辺の話題について日本語で書かれた本はあまり無いと思う。大昔の本は今回は無視すると、

(4) 中島啓著「非線形問題と複素幾何」岩波書店

の§1.3 と §1.4 ぐらいしか思い付かない。ただし、この本では偏微分方程式の一般論をある程度仮定している。必要な結果はコンパクトにまとめてくれているので、それほど困ることは無いと思う。ちなみに中島の本の §1.4 では Nadel 型の消滅定理まで扱っている。Nadel 型の消

---

Date: 2007/1/23.

2006 年度後期、代数学 III の補足資料.

滅定理は小平の消滅定理と Kawamata-Viehweg の消滅定理を両方とも含んでいるので、これで満足する手もある。古典的な消滅定理は上記書物に載っているが、小平の消滅定理以降の発展についてもすでにたくさん文献がある。論文を読みたい場合は

- (5) C. P. Ramanujam, Remarks on the Kodaira vanishing theorem. *J. Indian Math. Soc. (N.S.)* **36** (1972), 41–51.
- (6) Y. Kawamata, A generalization of Kodaira-Ramanujam's vanishing theorem. *Math. Ann.* **261** (1982), no. 1, 43–46.
- (7) E. Viehweg, Vanishing theorems. *J. Reine Angew. Math.* **335** (1982), 1–8.

あたりが良いと思う。このレベルの論文なら学生でも頑張れば読める。比較的短いので、論文を読む練習を兼ねて読んでみるのもよいかもされない。そんなに古くないので、使われている用語も現在と基本的に同じである。専門書としては

- (8) B. Schiffman, A. J. Sommese, *Vanishing theorems on complex manifolds*. Progress in Mathematics, **56**. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1985. xiii+170 pp.
- (9) H. Esnault, E. Viehweg, *Lectures on vanishing theorems*. DMV Seminar, **20**. Birkhäuser Verlag, Basel, 1992. vi+164 pp.
- (10) 前原和寿著「代数幾何学における消滅定理」上智大学数学講究録 No. 34.
- (11) J. Kollár, *Shafarevich maps and automorphic forms*. M. B. Porter Lectures. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1995. x+201 pp.

をあげておく。Schiffman-Sommese は解析的手法で書かれている。つまり、オリジナルの小平消滅定理と同じスタイルである。有名な文献である。Esnault-Viehweg は最近引用されることの多い本である。この本には Deligne-Illusie-Raynaud による正標数還元テクニックをつかった小平消滅定理の証明まで載っている。Kollár の本は 9 章と 10 章でコンパクトに消滅定理とその一般化、Kollár 氏自身による単射性定理の証明が載っている。個人的には好きな文献である。前原氏の本はあまり普及しているとは思わないが、日本語で読める数少ない文献である。他の文献としては

- (12) R. Lazarsfeld, *Positivity in algebraic geometry. I. Classical setting: line bundles and linear series*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics [Results in Mathematics and Related Areas. 3rd Series. A Series of Modern Surveys in Mathematics], **48**. Springer-Verlag, Berlin, 2004. xviii+387 pp.

- (13) R. Lazarsfeld, *Positivity in algebraic geometry. II. Positivity for vector bundles, and multiplier ideals*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics [Results in Mathematics and Related Areas. 3rd Series. A Series of Modern Surveys in Mathematics], 49. Springer-Verlag, Berlin, 2004. xviii+385 pp.
- (14) J. Kollár, 森重文著「双有理幾何学」岩波書店
- (15) 上野健爾著「代数幾何」岩波書店

などがある。これらの本の一部分に消滅定理についての記述がある。それぞれ個性があるので、いろいろ見てみると良いと思う。Lazarsfeldの2部作は今後、代数幾何学のスタンダードな教科書となるであろう。読みやすいし面白いので、手にとってみることをすすめる。ページ数に圧倒されるかもしれないが、これは通読可能な本である。Kollár-森は消滅定理の高次元代数幾何での応用が学べる本である。タイトルからは分からないと思うが、曲面の特異点の話についても詳しい。上野氏の本は最後の9章で消滅定理を扱っている。SerreのGAGAについても軽くふれている。ここにあげたもの以外にも関連する文献はたくさんあるが、これ以上のレベルになると、各自の興味に従って論文を探すしかないと思う。

〒464 - 8602 名古屋市千種区不老町 名古屋大学大学院多元数理科学研究科  
E-mail address: fujino@math.nagoya-u.ac.jp