代数曲面についての森理論（極小モデル理論）の参考書

藤野 修

以下に述べる文献はかなり偏っていると思われる。すべてを読んで感想を述べているわけでもない。興味を持った人が勉強する際に参考にしていただければ幸いである。

1. 曲面論の参考文献

取り敢えず目に付いたものとして

- M. Andreatta, An introduction to Mori theory: the case of surfaces, notes for a PhD school, preprint.

がある。このノートは Andreatta のホームページからダウンロード可能である。私は読んでいないが、対象を曲面に限定して極小モデル理論（森理論）の解説をしているようである。極小モデルの構成だけでなく、サルキソフプログラムなど 3 次元での結果を曲面に逆輸入して解説している。お勧めは最後のページである。理論の発展に大きく貢献した人物の写真が載っている。約 30 ページのノートである。既に出版されているものでは

- M. Reid, Chapters on algebraic surfaces. Complex algebraic geometry (Park City, UT, 1993), 3–159, IAS/Park City Math. Ser., **3**, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1997.

がある。Chapter D が曲面の森理論である。10 ページ程でコンパクトにまとめてある。ある程度の知識がある人はこれで十分理解可能だと思う。Andreatta のノートは Ried の Chapter D を丁寧に書き下したものと言ってもいいかもしれない。もちろん Andreatta は Reid が扱っていない話題も扱っている。Reid の論文のセールスポイントは標数正の曲面の分類まで扱っている点である。Chapter E である。これは他の曲面論の文献には無い部分である。ちなみに Reid 氏は森理論建設に関わった人である。私自身は

- A. Beauville, Complex algebraic surfaces. Translated from the 1978 French original by R. Barlow, with assistance from N. I.

Date: 2004/11/26.

2004 年 12 月 1 日 (水) のセミナー『Minimal models of surfaces via Mori theory』の補足資料.

Shepherd-Barron and M. Reid. Second edition. London Mathematical Society Student Texts, **34**. Cambridge University Press, Cambridge, 1996. x+132 pp.

の I、II 章を読んだあと Reid の Chapter D を読んで曲面論の勉強をした。ちなみにこの本は第 2 版より初版（英語版）の方がよいと思う。テフ化の際にトラブルがあったように思われる。この本は代数幾何の研究者を目指すすべての人が読むべき本の一つだと思う。曲面論の有名な本の第 2 版として最近出版された

- W. Barth, K. Hulek, C. Peters, A. Van de Ven, Compact complex surfaces. Second edition. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. **3**. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics [Results in Mathematics and Related Areas. 3rd Series. A Series of Modern Surveys in Mathematics], **4**. Springer-Verlag, Berlin, 2004. xii+436 pp.

でも森理論の観点からの曲面論の解説が付け加わっているようである。代数的でない複素解析曲面も扱っている点が他の文献との最大の相違点である。全部を読むのは大変であるが眺めてみる価値はあると思う。$K3$ 曲面のトレリの定理のようなかなり進んだ話題まで扱っている。一つ付け加えておくと、代数的でない複素解析曲面を勉強する際は取り敢えず小平先生による東大セミナリーノートを読むのが日本人の常識だと思う。曲面の分類の短い解説としては

- H. Clemens, J. Kollár, S. Mori, Higher-dimensional complex geometry. Astérisque No. **166** (1988), 144 pp. (1989).

の 3 章あたりを眺めるのも悪くないかもしれない。曲面の極小モデル理論や分類論に関しては Hartshorne や Griffiths-Harris などの有名なテキストでも扱っている。曲面の分類は代数幾何のどの分野の研究をする場合でも今や常識である。比較的最近の本で森理論の観点からの曲面論の解説を丁寧にしたものとしては

- K. Matsuki, Introduction to the Mori program. Universitext. Springer-Verlag, New York, 2002. xxiv+478 pp.

がある。著者は森理論の専門家である。記述はかなり丁寧である。最初の約 100 ページで曲面論の基礎がすべて解説されている。以上が曲面についての参考文献である。どの文献も一長一短があるので各自の好みに応じて選んでいただきたい。これ以外にも Badescu の本とか小平先生の論文など色々ある。ここでは取り上げなかったが、高次元の極小モデル理論を扱った記事の導入部分に曲面論を論じているものも多くある。一つ注意しておくと、残念ながら極小モデル理論は今現在高次元では予想である。一般次元で成り立つ場合で最も大切なのはトーリック多様体の場合である。この場合は

- O. Fujino and H. Sato, Introduction to the toric Mori theory, Michigan Math. J. **52** (2004), no. 3, 649–665

がお勧めである。トーリック多様体の場合で極小モデル理論の使い方を覚えるのも悪くないと思う。代数幾何の基本的な知識とトーリック多様体のイロハを知っていれば上記論文を理解するのは簡単である。ただ、トーリック版の森理論をどのように使ってオリジナルの結果を得るかは難しい問題である。

2. その他

以下は個人的な希望である。森理論とは関係ない。これから代数幾何の研究をする人は参考にしていただきたい。以前

- Y. Namikawa, Toroidal compactification of Siegel spaces. Lecture Notes in Mathematics, **812**. Springer, Berlin, 1980. viii+162 pp.

を読もうと試みたが挫折した。メイドイン名古屋（とドイツ）の結果なので名古屋の学生さんの挑戦を期待する。希望としては、理解して解説して欲しい！やはりアーベル多様体とモジュライの話は代数幾何の王道だと思う。アーベル多様体のモジュライ問題は代数幾何の最も由緒正しい研究対象の一つだと思う。これにも少し関連した話題であるが、

- T. Oda, Torus embeddings and applications. Based on joint work with Katsuya Miyake. Tata Institute of Fundamental Research Lectures on Mathematics and Physics, **57**. Tata Institute of Fundamental Research, Bombay; by Springer-Verlag, Berlin-New York, 1978. xi+175 pp.

もメイドイン名古屋の結果なので学生さんの挑戦（特に後半の応用の部分）を希望する。代数的でない複素解析曲面に関する話題を扱っている。

〒464 − 8602　名古屋市千種区不老町 名古屋大学大学院多元数理科学研究科
E-mail address: `fujino@math.nagoya-u.ac.jp`